

JOURNAL INTERNATIONAL DE TECHNOLOGIE, DE L'INNOVATION,
DE LA PHYSIQUE, DE L'ENERGIE ET DE L'ENVIRONNEMENT

Modélisation de l'interaction arc-cathode dans le cas des cathodes en matériau non-réfractaire.

A. Monnoyer, P. Freton, et J.-J. Gonzalez



ISSN : 2428-8500

DOI : 10.52497/jitipee.v9i1.390

*Le sujet de cet article a été présenté lors du colloque sur les arcs électriques (CAE XVII)
les 17 et 18 mars 2025 à Limoges.
L'article publié a fait l'objet d'une expertise indépendante par deux spécialistes du domaine.*

Modélisation de l'interaction arc-cathode dans le cas des cathodes en matériau non-réfractaire.

Arthur Monnoyer⁽¹⁾, Pierre Freton⁽¹⁾, et Jean-Jacques Gonzalez⁽¹⁾

(1) Laplace, UMR 5213 CNRS-UPS-INP, Université de Toulouse, Toulouse, France

monnoyer@laplace.univ-tlse.fr

Résumé – La modélisation des phénomènes relatifs à l'interaction des arcs électriques avec les électrodes permet d'une part de compléter les modèles magnétohydrodynamiques usuellement utilisés pour représenter la colonne, en fournissant des conditions aux limites utiles, et d'autre part d'étudier le chauffage et l'usure de ces électrodes. Cette modélisation est complexe en raison du grand nombre de phénomènes à prendre en compte et des écarts à l'équilibre thermodynamique local dus aux petites distances mises en jeu. Un enjeu important est donc de comprendre comment ces déséquilibres structurent la zone proche électrode, en particulier dans le cas peu étudié d'une cathode non réfractaire. Cet article présente, en s'appuyant sur la littérature, une méthodologie pour évaluer les distances caractéristiques d'apparition des déséquilibres thermique, chimique (ionisation), et de séparation de charges. Cette méthodologie est validée sur le cas bien connu du plasma d'argon sous 1 bar (existant par exemple devant une cathode réfractaire), puis est appliquée à un plasma de cuivre sous forte pression (28 bars) issu de la vaporisation d'une cathode en cuivre (non réfractaire) soumise à un arc. Les résultats de l'étude réalisée confirment les structures de zone cathodique établies par Benilov, et en particulier la présence d'ionisation dans la gaine associée à la cathode en cuivre. Un modèle auto-cohérent de zone cathodique prenant en compte ces phénomènes est ensuite présenté et appliqué au calcul d'une structure à N spots cathodiques stationnaires et indépendants. Dans le cas d'un arc s'accrochant sur la cathode creuse (en cuivre) d'une torche à plasma de forte puissance, de bons ordres de grandeur sont obtenus pour la tension de gaine et le taux d'usure par vaporisation. Pour conclure, des perspectives d'étude sur ce sujet sont proposées.

Mots clés : arc électrique, spot cathodique, plasma hors de l'équilibre, zone de charge d'espace.

DOI : 10.52497/jitipee.v9i1.390

Introduction

La compréhension des interactions entre un arc électrique et son environnement, et tout particulièrement de matériaux métalliques, fait l'objet de très nombreuses études en raison de son intérêt industriel [1, 2]. A pression atmosphérique, on peut citer comme exemples d'intérêt les cathodes et anodes des torches à plasma utilisées pour la soudure, la découpe, la projection thermique, ou encore le traitement des déchets. Cette problématique est également centrale dans la compréhension des phénomènes de spots observés notamment sur les cathodes d'arc dans le vide [3, 4], utilisés par exemple pour la coupure moyenne tension.

Afin de mieux comprendre les phénomènes liés à la présence de l'arc électrique dans ces procédés (dans un but d'amélioration de ces derniers), la modélisation de ces phénomènes revêt une importance particulière. Parmi les approches disponibles, les modèles magnétohydrodynamiques (MHD) à l'équilibre thermodynamique local (ETL) sont très utilisés pour prédire les écoulements gazeux en présence d'arc électrique [5, 6]. Une des limites de cette approche est la prise en compte des phénomènes aux électrodes, car ils se situent à très petite échelle. D'une part, ceci implique des déviations à l'ETL [7, 8], les divers équilibres n'ayant « pas le temps » de s'établir. Des déséquilibres thermiques, chimiques, et des écarts à la neutralité (présence de gaines) sont ainsi à prendre en compte. D'autre part, le traitement numérique de ces petites échelles impliquerait de considérer un maillage très raffiné, et conduirait donc à des calculs particulièrement coûteux.

Physiquement, un problème central de l'interaction arc-électrode est celui de la continuité du courant : les mécanismes de passage du courant dans l'arc (conductivité à l'ETL) sont très différents de ceux à l'interface avec l'électrode (émission électronique et flux d'ions à la cathode, collection des électrons thermiques à l'anode, etc.). Se pose ainsi le problème de construire des conditions aux limites pour le plasma (notamment concernant le passage du courant) qui rendent compte de ces phénomènes aux électrodes. Une fois obtenues, ces conditions aux limites peuvent (en principe) être appliquées au modèle MHD. Un autre intérêt de l'étude de cette interaction est de pouvoir prédire le chauffage des électrodes par la couche de plasma en déséquilibre et ainsi, le cas échéant, leur érosion par fusion et vaporisation.

Nous nous focaliserons plus spécifiquement sur la modélisation de l'interaction arc-cathode. Ce sujet est réputé pour sa difficulté, en raison d'une part des nombreux phénomènes à prendre en compte et de leurs couplages, et d'autre part du manque de données expérimentales pour valider les modèles. Ainsi, de nombreux modèles ont été proposés (on consultera par exemple [8-10] et leurs références pour s'en faire une idée), souvent avec des simplifications drastiques, et il est difficile d'identifier les éléments pertinents apportés par chaque modèle. Face à ce constat, il semble raisonnable de se tourner vers les approches théoriques au contenu physique clair, valorisant l'auto-cohérence, et minimisant le nombre d'hypothèses ou de paramètres *ad hoc*.

Parmi les approches se réclamant de cette démarche, les travaux de l'équipe de Benilov résumés dans [2, 8] ont significativement contribué à améliorer la compréhension des cathodes réfractaires soumises à un arc établi dans un gaz ambiant. En particulier, le cas du système argon-tungstène a été extensivement étudié [11-14]. Ce choix est vraisemblablement dû à

l'abondance des données de base disponibles, et nécessaires à la description du plasma d'argon hors d'équilibre (sections efficaces, coefficient d'ionisation, etc.).

Les cathodes non réfractaires (par exemple en cuivre), bien qu'étudiées depuis plus de 60 ans, restent moins bien comprises que leurs analogues réfractaires. Lorsqu'elles fonctionnent en régime d'arc électrique, ces cathodes subissent une vaporisation conséquente au niveau de petites structures instationnaires appelées « spots cathodiques » [3]. Dans le vide, ces spots ont un rayon de l'ordre de 10 μm , et évoluent sur des temps de l'ordre de 10 ns. Les conditions extrêmes (températures de l'ordre de 4000 K, pressions de vapeur de plus de 20 bars) couplées aux petites échelles rendent les études expérimentales extrêmement délicates, et les incertitudes sur les résultats se comptent souvent en ordres de grandeurs [4]. Cette difficulté à obtenir des résultats expérimentaux quantitatifs pose évidemment problème pour la validation des modèles. Ceci explique le très grand nombre d'approches théoriques proposées dans la littérature pour modéliser ces spots. A ce sujet, une revue assez complète des travaux « historiques » (antérieurs à 1990) présentée dans [10] conclut que le grand nombre de modèles publiés participe davantage à la confusion qu'à une meilleure compréhension des phénomènes. Si les « ingrédients » de modélisation de la zone cathodique (vaporisation, émission électronique, ionisation, bilans de charge et d'énergie, etc.) sont bien identifiés, il subsiste de nombreux désaccords sur la formulation à adopter.

Les articles [15-18] abordent la modélisation des cathodes non réfractaires en suivant une approche similaire à celle développée par Benilov pour les cathodes réfractaires. Notons aussi que [18] vise à réconcilier les deux types d'approches (évaporative et explosive, cf [10]) qui, historiquement, ont été développées séparément pour la modélisation des spots. Il nous semble donc raisonnable de nous appuyer sur ces travaux, qui s'inscrivent dans la même démarche d'auto-cohérence que celle adoptée pour les cathodes réfractaires.

Dans cet article, nous revenons dans un premier temps sur les déviations à l'ETL présentes au voisinage d'une paroi. Les deux types de cathodes (réfractaire ou non) sont ensuite présentés et caractérisés, ainsi que les structures des zones cathodiques associées. Ces dernières sont obtenues à la lumière des échelles de longueur caractérisant les déséquilibres. En nous appuyant sur la formulation mise en place dans [16], un modèle de spot cathodique est introduit. Le modèle est en mesure de prédire des tensions de gaine et des taux d'usure pouvant être comparés à des données expérimentales. Pour finir, des perspectives d'amélioration des modèles existants sont présentées, notamment concernant les phénomènes instationnaires.

1. Déviations à l'ETL au voisinage d'une paroi

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, l'état d'ETL est perturbé au voisinage des électrodes en raison des phénomènes et de leur évolution sur de petites distances. Afin de caractériser ces déviations à l'ETL, Benilov [2, 19] a proposé des expressions des longueurs caractéristiques d'apparition des divers types de déséquilibres au voisinage des électrodes. La caractérisation de ces longueurs dans les conditions d'intérêt permet de savoir si ces déséquilibres doivent être traités simultanément, ou peuvent au contraire être traités successivement au sein de « couches » bien séparées.

On définit ainsi :

- La longueur de thermalisation λ_{th} , caractérisant le déséquilibre thermique entre les électrons et les particules lourdes (atomes, ions), qui présentent alors deux températures différentes (notées T_e et T_h dans la suite). Cet équilibre est en principe assuré grâce au transfert d'énergie par collisions élastiques entre les électrons et les lourds. Cependant, au voisinage d'une paroi, il peut être perturbé par la conduction thermique des lourds, qui évacue l'énergie déposée par les électrons. La longueur de thermalisation est alors justement l'échelle à laquelle ces deux processus entrent en compétition.
- Les libres parcours moyens $\lambda_{\alpha\beta}$ des collisions entre particules d'espèces α et β , qui sont les distances moyennes entre deux collisions de ce type.
- La longueur de Debye λ_D , caractéristique de l'écrantage du champ électrique existant à la cathode pour réguler les flux de particules.
- La longueur d'ionisation λ_{ion} , caractérisant le déséquilibre d'ionisation du plasma, c'est-à-dire les déviations à la loi de Saha. Celles-ci sont dues au fait qu'un atome émis par vaporisation ou désorption va « survivre » un certain temps τ avant de subir sa première ionisation par un électron. Comme l'atome se déplace à une certaine vitesse moyenne v , il va parcourir une certaine distance $\lambda_{ion} = v\tau$ (la longueur d'ionisation) pendant sa durée de vie. Ainsi, à des échelles de longueur inférieures à λ_{ion} , l'équilibre d'ionisation ne peut s'établir car aucune réaction d'ionisation n'a lieu. Selon que la dynamique de l'atome précédant son ionisation est collisionnelle ou non (ce qui affecte sa vitesse moyenne v), il existe deux expressions pour cette longueur. La longueur d'ionisation en régime collisionnel sera notée λ_{ion}^d (v correspond alors à une vitesse de diffusion, d'où l'indice d) ; en régime non-collisionnel, elle sera notée λ_{ion}^{nc} (v correspond alors à une vitesse thermique).

Nous renvoyons à l'annexe A pour un condensé des expressions et données nécessaires au calcul de ces longueurs. Des exemples d'applications numériques dans des conditions d'intérêt pour notre étude sont présentées à la section 2-2.

2. Cathodes réfractaires et non réfractaires

2.1. Classification

Lorsque l'on place un métal dans le vide et qu'on le chauffe, celui-ci a tendance à émettre des électrons (phénomène d'émission thermoionique) et des atomes neutres (phénomène de vaporisation). Suivant la prédominance des particules émises, les métaux utilisés comme cathodes pour les arcs électriques sont usuellement classifiés en deux catégories, illustrées sur la figure 1.

- Les cathodes réfractaires qui, lorsqu'on les chauffe dans le vide émettent plus d'électrons par émission thermoionique que d'atomes par vaporisation. Pour que cela soit possible, le matériau

doit pouvoir être porté à haute température (supérieure à 3000 K) sans subir d'évaporation conséquente. Des exemples de cathodes réfractaires sont celles en tungstène ou en hafnium.

- Les cathodes non-réfractaires qui, lorsqu'on les chauffe dans le vide émettent plus d'atomes par vaporisation que d'électrons par émission thermoionique. Les cathodes non-réfractaires sont souvent constituées d'un matériau à « bas » point de fusion, un exemple typique étant le cuivre.

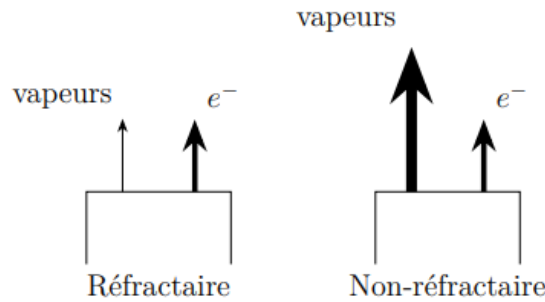


Figure 1 : Deux types de cathodes selon la prédominance des particules émises

Pour une distinction plus quantitative, on peut comparer l'énergie de vaporisation $m_a L_{vap}$ (m_a étant la masse d'un atome et L_{vap} la chaleur latente de vaporisation) au travail de sortie W . La cathode sera alors réfractaire si $W < m_a L_{vap}$ (c'est-à-dire s'il est plus facile d'extraire des électrons que des atomes). Par exemple, le cuivre et le tungstène ont tous deux un travail de sortie d'environ 4.5 eV, mais le cuivre a une énergie de vaporisation de 3.1 eV, alors que celle du tungstène est de 8.5 eV. Ainsi, une cathode en tungstène est réfractaire, mais une cathode en cuivre ne l'est pas.

2.2. Structures des zones cathodiques

Il est utile de comprendre la structure de la zone cathodique en termes des déséquilibres présents ou non. Pour ce faire, nous allons utiliser les longueurs caractéristiques présentées dans §1. Par exemple, si la longueur de Debye est petite devant toutes les autres longueurs caractéristiques, il sera possible de séparer la zone cathodique en 2 régions : une gaine sans collisions ni ionisations dans laquelle les déviations à la neutralité sont localisées, et une pré-gaine, qui sera quasi-neutre, mais au sein de laquelle les autres déséquilibres seront *a priori* présents. Ainsi, la caractérisation dans les conditions des cathodes réfractaires et non-réfractaires des échelles de longueur vues précédemment permet de comprendre les structures des zones cathodiques associées.

Dans une cathode réfractaire subissant peu de vaporisation, on considère le plus souvent qu'elle est en contact direct avec le plasma ambiant (les vapeurs métalliques de l'électrode sont alors négligées). Un cas classique est celui du plasma d'argon sous pression atmosphérique. La figure 2 présente, pour ces conditions de plasma, les calculs numériques des échelles de longueur.

Nous observons que, quelle que soit la température électronique T_e , on a $\lambda_D \ll L$, avec $L = \lambda_{ion}$, $\lambda_{\alpha\beta}$ ou λ_{th} . Notons que pour les collisions ion-ion, on a seulement $\lambda_D < \lambda_{ii}$. Nous ferons cependant l'hypothèse d'une gaine non collisionnelle, qui est justifiée dans [19]. Dans ces conditions, il est possible de séparer la gaine (non-collisionnelle) du reste de la zone cathodique (pré-gaine). Notons aussi que $\lambda_{ia} < \lambda_{aa}$, en raison de la grande section efficace d'échange de charge supposée dominer les collisions ion-atome. L'augmentation très rapide de λ_{aa} avec T_e est due à l'ionisation, qui tend à diminuer la densité d'atomes. L'inégalité $\lambda_{ia} < \lambda_{aa}$ permet de supposer que les atomes diffusent dans les ions. Enfin, selon les valeurs de T_e , la zone d'ionisation caractérisée par les longueurs λ_{ion} est soit collisionnelle ($T_e < 35000$ K, $\lambda_{ia} < \lambda_{ion}^d$), soit non-collisionnelle ($T_e > 35000$ K, $\lambda_{ia} < \lambda_{ion}^{nc}$). On remarquera à ce sujet le point d'intersection entre λ_{ia} , λ_{ion}^d et λ_{ion}^{nc} à $T_e \sim 35000$ K.

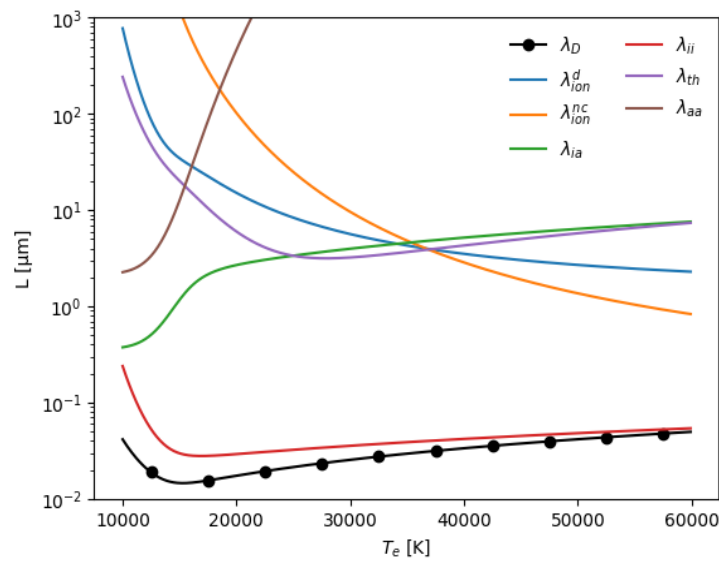


Figure 2 : Echelles de longueur caractéristique de l'apparition de divers types de déséquilibres pour un plasma d'argon. $p = 1$ bar, $T_h = 3000$ K.

Dans ces conditions, la physique de la zone cathodique pour un matériau réfractaire est relativement bien comprise. En particulier, le modèle dit NCPL (pour *Near Cathode Plasma Layer*) mis au point il y a une vingtaine d'années par l'équipe de Benilov [11, 20, 21]. Il repose sur des bases physiques claires et a été validé expérimentalement [22]. Un résumé du modèle est présenté dans [23], et une implémentation de ce modèle est disponible en ligne [24]. Plus récemment, il a été montré qu'il est possible de coupler ce modèle à une description du plasma à l'ETL dans des géométries simples avec un pied d'arc fixe, en régime stationnaire [13, 14], ou instationnaire [25, 26], fournissant ainsi des conditions aux limites pertinentes pour ce type de cathode, à la fois au plasma et au matériau.

Au contraire, la physique des cathodes non réfractaires est beaucoup moins bien comprise, et elle fera l'objet de la suite de cet article. Pour émettre des électrons, une telle cathode doit monter à une température supérieure à sa température de vaporisation, ce qui provoque l'apparition à sa surface d'une pression de vapeurs très élevée.

Pour estimer cette pression p_{vap} , on peut utiliser la formule de Clausius-Clapeyron :

$$p_{vap}(T_w) = \frac{p_{ref}}{2} \exp\left(\frac{L_{vap} m_a}{k} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T_w}\right)\right) \quad (1)$$

où T_w est la température de la surface, k la constante de Boltzmann, et (p_{ref}, T_{ref}) un point de référence (par exemple si $p_{ref} = 1$ atm, T_{ref} est la température de vaporisation). Le facteur 1/2 provient du fait que la distribution de vapeurs émises est supposée semi-maxwellienne, et contient donc deux fois moins de particules que la distribution d'équilibre à laquelle se réfère la formule de Clausius-Clapeyron. En prenant l'exemple d'une cathode en cuivre, et en admettant que la température de la cathode atteint 4000 K, la pression de vapeurs est évaluée à 28 bars. Les longueurs caractéristiques d'un plasma de cuivre sous 28 bars sont donc présentées sur la figure 3.

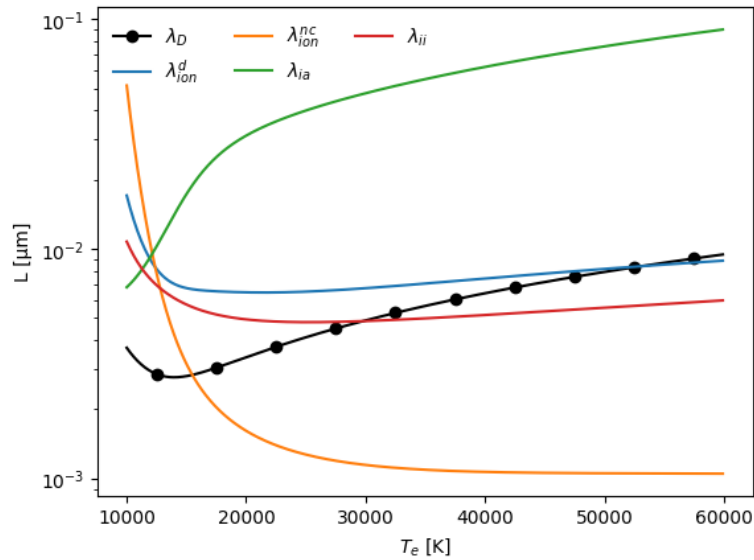


Figure 3 : Echelles de longueur caractéristiques de l'apparition de divers types de déséquilibres pour un plasma de cuivre. $p = 28$ bar, $T_h = 4000$ K.

Contrairement au cas des cathodes réfractaires, la longueur de Debye n'est pas toujours petite devant les autres longueurs, et en particulier la longueur d'ionisation λ_{ion}^{nc} (l'ionisation a toujours lieu en régime non collisionnel dans ce cas). Lorsque $\lambda_{ion}^{nc} < \lambda_D$, ceci signifie que des ionisations ont lieu dans la gaine, et non au-delà. Un modèle de zone cathodique pour une cathode non-réfractaire doit donc être un modèle de gaine avec ionisation. Un exemple d'un tel modèle est traité dans la section suivante.

Notons que ces calculs présentent certains aspects discutables. Par exemple, les densités d'espèces sont calculées sous hypothèses d'équilibre chimique, de distributions maxwelliennes et de neutralité. Or, les caractérisations des déséquilibres montrent justement que ces hypothèses ne sont pas toujours vérifiées. Par exemple, pour la cathode réfractaire, calculer la longueur de Debye à l'équilibre d'ionisation apparaît *a posteriori* incohérent, étant donné qu'elle se situe à une échelle inférieure à la longueur d'ionisation.

3. Modèle de zone cathodique devant une cathode non réfractaire

3.1. Description du modèle

Afin de modéliser les phénomènes ayant lieu au voisinage de la cathode dans les conditions d'une cathode non-réfractaire, nous avons repris et développé le modèle proposé par Almeida et al. [16]. Ce modèle a pour principal objectif de calculer les caractéristiques de la gaine (température électronique T_e , densité de courant j , densité de flux de chaleur q , densité de flux de masse g , etc.) en fonction de la température de surface T_w et de la tension de gaine U . Notons que la température T_e est supposée uniforme dans toute la zone cathodique. On obtient ainsi des dépendances $j(T_w, U)$, $q(T_w, U)$ et $g(T_w, U)$. L'ensemble des équations du modèle sont données dans l'annexe B suivant l'article original [16]. Les données de base non présentées explicitement dans [16] sont également données en annexe A.

Le modèle stationnaire [16] est découplé du plasma ambiant. Cela vient du fait que la puissance déposée dans la zone cathodique excède largement celle venant du plasma ambiant (par exemple sous forme de flux conductif). En conséquence, le transfert d'énergie a même lieu dans l'autre sens : c'est la zone cathodique qui chauffe le plasma ambiant et non l'inverse.

Le modèle [16] s'appuie sur les résultats de Benilov et Benilova [15] qui ont résolu numériquement un modèle de gaine avec ionisation. Dans le cadre de ce modèle à une dimension [15], l'équation de Poisson, permettant le calcul du potentiel électrique dans la gaine (région non neutre) est couplée à un modèle cinétique simple décrivant l'ionisation par impact électronique de la vapeur métallique émise par la cathode. La résolution montre que le profil de potentiel électrique ϕ est non monotone, et a l'allure typique représentée sur la Figure 4.

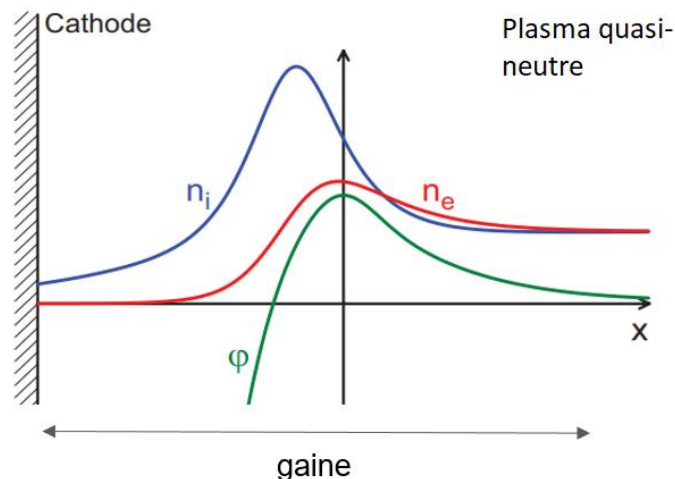


Figure 4 : Allure typique du potentiel et des densités de particules chargées calculées par le modèle [15]

Dans le modèle d'Almeida et al. [16], le profil de potentiel est pris en compte de façon simplifiée, grâce à sa valeur maximale et à ses valeurs moyennes à gauche et à droite du maximum. La figure 5 présente les principaux flux de particules existant dans la gaine.

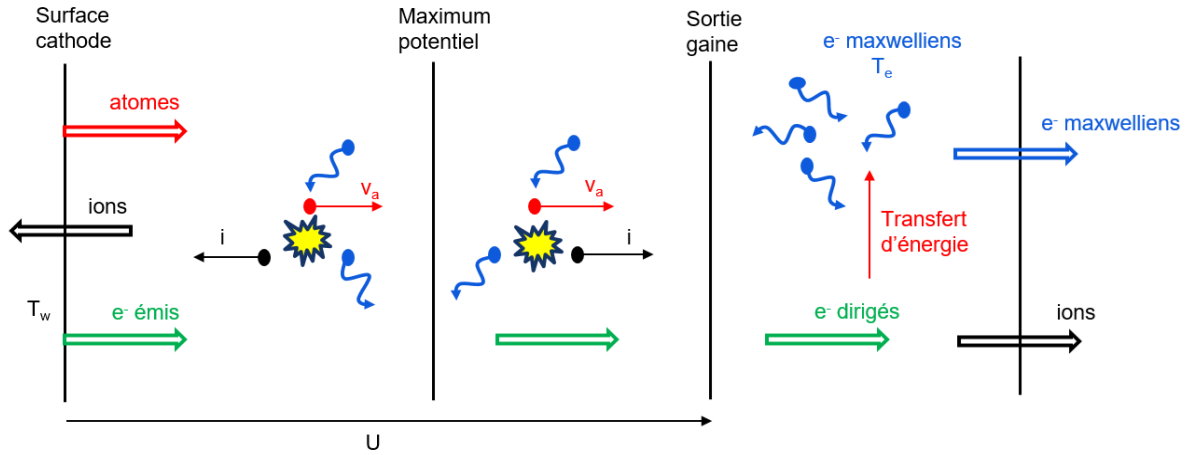


Figure 5 : Représentation des principaux processus existant dans la gaine. Les « explosions » (en jaune) représentent les ionisations

Un flux d'atomes émis par la cathode est calculé par la formule de Langmuir. Ces atomes sont ensuite (partiellement) ionisés dans la gaine par impact électronique avec les électrons maxwelliens du plasma. Les ions ainsi générés à gauche du maximum de potentiel sont accélérés vers la cathode qui reçoit alors un courant d'ions participant activement à son chauffage. Les ions générés à droite du maximum sont accélérés vers le plasma, constituant ainsi une perte de masse pour le système « cathode + gaine ». Ces ionisations génèrent également des électrons qui s'ajoutent aux électrons maxwelliens du plasma. Notons que le modèle néglige la présence d'ions multiples chargés, qui sont supposés se former dans le plasma au-delà de la gaine (ils sont filtrés par le maximum de potentiel), et ne font donc pas partie du système étudié.

La cathode, en plus d'être portée à une température élevée, est aussi soumise à l'intense champ électrique de charge d'espace généré par le déséquilibre de charges dans la gaine (cf. figure 4). Elle émet donc des électrons d'une part par émission thermoïonique, et d'autre part par effet de champ. Afin de décrire ces phénomènes, nous avons utilisé l'équation de Murphy-Good [27] donnant le flux d'électrons émis selon la température T_w et le champ électrique E_w à la surface. Cette équation est très utilisée dans la littérature relative à l'émission électronique des cathodes en cuivre d'arc dans le vide [9], et en particulier dans le modèle [16]. L'émission électronique, en plus de contribuer significativement à la densité de courant électrique, joue un rôle essentiel sur les bilans d'énergie. D'une part, cette émission refroidit la cathode (à basse température, on peut éventuellement avoir un chauffage par effet Nottingham décrit dans [28] et pris en compte dans le modèle) ; d'autre part, ces électrons acquièrent de l'énergie après accélération par la tension de gaine U , et transfèrent cette énergie aux électrons maxwelliens du plasma par collisions élastiques, participant ainsi activement au chauffage de ce gaz d'électrons (nécessaire pour réaliser les ionisations coûteuses en énergie).

Afin de déterminer la température électronique et ainsi fermer le modèle (U et T_w étant donnés), un bilan global d'énergie des électrons maxwelliens sur la gaine est considéré ; nous renvoyons à [16] pour sa construction et à l'annexe B pour son expression. Ce bilan consiste à équilibrer les termes sources dus au travail du champ électrique et au chauffage par le flux d'électrons émis, et les pertes dues aux ionisations et aux flux d'électrons quittant la gaine soit côté plasma, soit côté cathode (électrons rétrodiffusés).

Une fois la température électronique déterminée, il est possible de calculer tous les flux de particules dans la gaine, et d'en déduire en particulier les fonctions $j(T_w, U)$, $q(T_w, U)$ et $g(T_w, U)$ mentionnées précédemment. Pour finir, notons que selon les conditions thermodynamiques (pression, températures), l'équilibre de première ionisation (établi en sortie de gaine) correspond parfois à une situation partiellement ionisée. Ainsi, des facteurs ω représentant la charge moyenne des lourds (atomes et ions, $\omega < 1$) sont à prendre en compte. On notera que, bien que ces facteurs soient mentionnés dans [16], leurs emplacements ne sont pas explicités dans les équations. On consultera l'annexe B où les facteurs ω apparaissent clairement.

La figure 6 illustre l'évolution de la température au point de contact en fonction du temps. Initialement, la température augmente en raison du frottement entre les deux surfaces, puis elle diminue légèrement. Ce comportement s'explique par l'augmentation du coefficient de friction, conséquence du collage adhésif initial entre la languette et le clip [9]. Une fois le troisième corps formé par les débris d'usure entre la languette et le clip, le régime permanent s'établit, le coefficient de friction se stabilise, ce qui stabilise également la température [10]. Pour la même amplitude de déplacement imposée, la température au point de contact dépend du courant de la source d'alimentation (Fig. 6). En effet, l'effet Joule résultant du chauffage résistif prédomine sur la chaleur générée par le frottement.

3.2. Solutions multiples au bilan d'énergie électronique (caractéristiques multivaluées)

Nous appliquons maintenant le modèle décrit précédemment au cas d'une cathode en cuivre. Commençons par remarquer que, pour certaines valeurs de U et T_w , l'équation du bilan d'énergie des électrons d'inconnue T_e (équation (30) de l'annexe B) admet plusieurs solutions. Un tel exemple est présenté sur la figure 6 dans le cas où $U = 20$ V et $T_w = 3900$ K.

Dans ce cas, les caractéristiques de la gaine $f(T_w, U)$ sont multivaluées, ce qui pose deux difficultés. D'une part, une difficulté d'ordre physique : celle du choix de la solution retenue pour revenir à une caractéristique monovaluée. D'autre part, celle de la résolution numérique du bilan, rendue plus délicate par l'existence de ces solutions multiples.

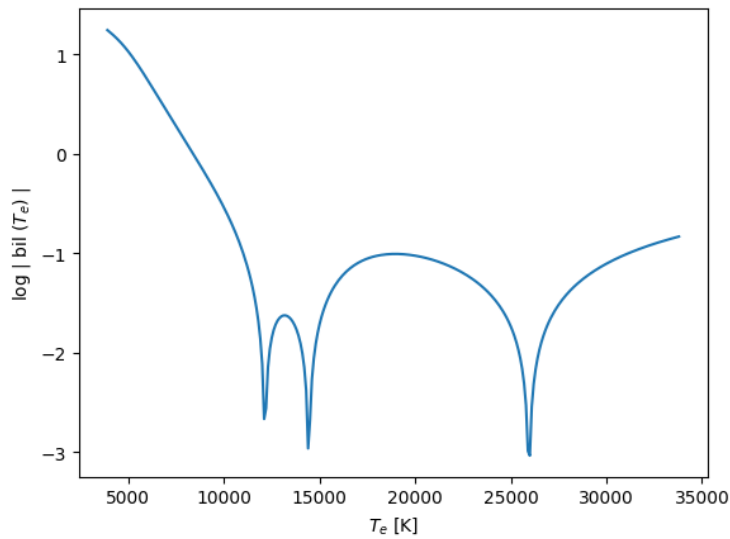


Figure 6 : Solutions multiples à l'équation du bilan d'énergie électronique. $U = 20$ V, $T_w = 3900$ K.

Ainsi, pour tracer les caractéristiques $f(T_w, U)$, il est nécessaire de traiter le bilan énergétique des électrons comme l'équation d'une courbe implicite $B(T_w, T_e) = 0$ dans le plan des températures (T_w, T_e) . Une méthode classique pour tracer ce type de courbe est présentée dans l'annexe C. Les caractéristiques de la gaine $f(T_w, U)$ peuvent alors être obtenues grâce à l'algorithme de résolution suivant :

- 1) U est fixée (par exemple $U = 20$ V) et la position dans le plan (T_w, T_e) est initialisée à $(5000$ K, $60\ 000$ K).
- 2) Un premier point sur la courbe $B(T_w, T_e) = 0$ est obtenu grâce à la méthode de Newton décrite dans l'annexe C (étape 1).
- 3) Tant que $T_w > 2000$ K, la courbe implicite $B(T_w, T_e) = 0$ est tracée pour la valeur de U donnée, ce qui permet d'obtenir des triplets (U, T_w, T_e) .
- 4) Pour chacun de ces triplets, les flux de particules et en particulier les fonctions j , q , et g sont calculées et l'ensemble des données est stocké dans un fichier.

La figure 7 présente ainsi par exemple le tracé de la « fonction » $T_e(T_w, U)$, pour diverses tensions de gaine U . Pour chacune de ces fonctions, on observe l'existence, sur une gamme de températures localisée (autour de $T_w = 3900$ K pour $U = 20$ V), d'une « section rétrograde » reliant deux branches que nous qualifierons de basse et haute (en se référant aux valeurs de T_e). L'existence de cette section rétrograde a été conjecturée dans [16], mais cette dernière n'avait alors pas été calculée. On peut noter que sa localisation en température T_w diffère légèrement de celle anticipée dans [16].

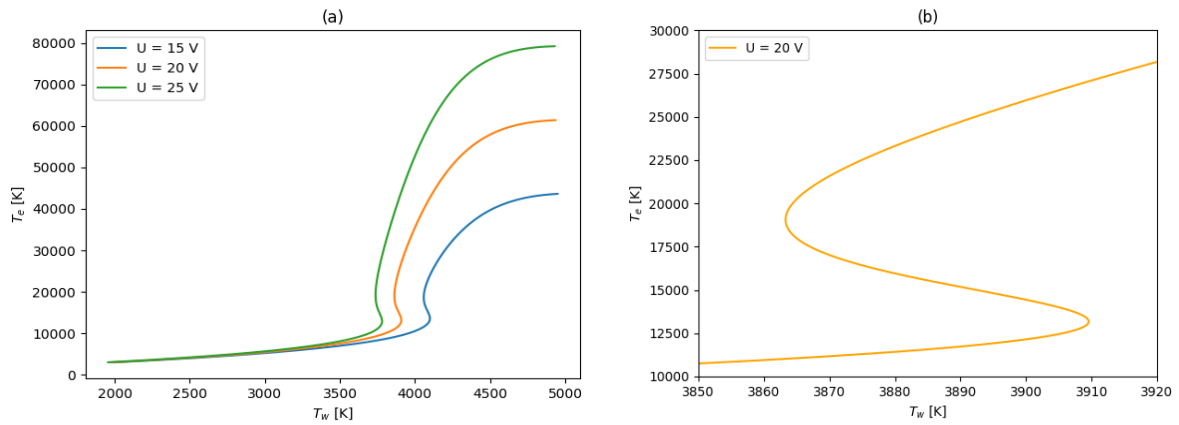


Figure 7 : Caractéristiques $T_e(T_w, U)$ multivaluées.
 (a) courbe complète, (b) zoom sur la section rétrograde

Les courbes de flux de chaleur $q(T_w, U)$ sont représentées sur la figure 8. Sur cette figure, on retrouve des domaines correspondant aux branches, basse et haute température, identifiées précédemment. L'allure générale de ces courbes est très similaire à celle que l'on obtient (avec un modèle différent) pour les cathodes réfractaires. La partie décroissante de la branche haute (pour $T_w > 4000$ K) est particulièrement intéressante car elle permet un fonctionnement stable d'une structure chauffante à U constant (le flux diminuant si la température augmente et inversement). L'existence de cette section décroissante motive le choix, que nous adopterons, de ne garder que la branche haute pour le calcul du chauffage de la cathode. Il serait cependant intéressant d'analyser plus en profondeur la physique derrière ces courbes multivaluées dans de futurs travaux (en particulier la section rétrograde).

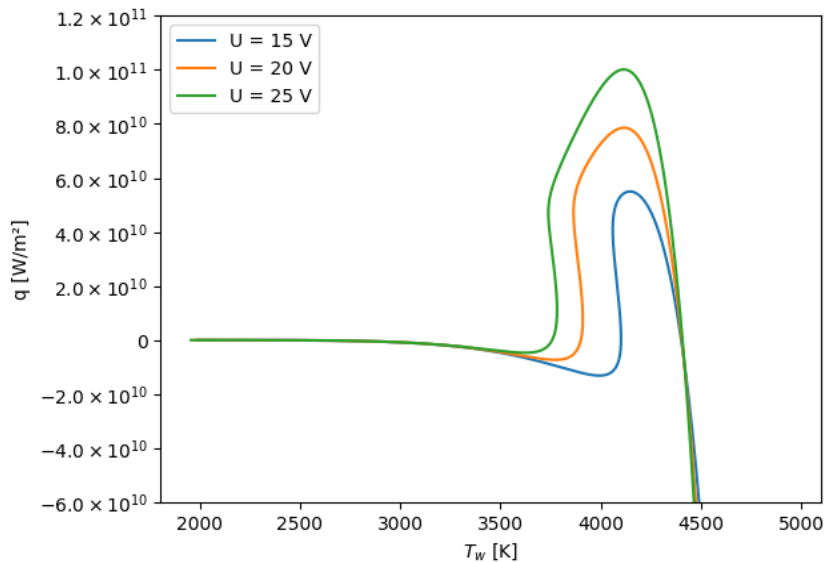


Figure 8 : Caractéristiques $q(T_w, U)$ multivaluées

3.3. Caractéristiques monovaluées

En ayant fait le choix de ne garder que la branche haute, il reste à concevoir un algorithme efficace (plus efficace que le tracé de courbe implicite) pour obtenir les caractéristiques $f(T_w, U)$ de cette branche. Pour cela, l'étape clé est de détecter le point de rebroussement marquant la fin de la branche haute. Une fois ce point déterminé, le bilan électronique peut être résolu par la méthode de Newton, en se focalisant sur la branche haute en cas de solutions multiples. L'algorithme de résolution est alors le suivant :

- 1) Un calcul préalable est réalisé avec le tracé de courbe implicite pour détecter la température T_r de rebroussement.
- 2) U est fixée (par exemple $U = 20$ V) et la température T_w est initialisée à 5000 K.
- 3) Tant que $T_w > T_r$, on résout le bilan électronique en se focalisant sur la solution haute. En baissant T_w de 10 K à chaque étape, on obtient ainsi comme précédemment des triplets (U, T_w, T_e) .
- 4) Lorsque $T_w \approx T_r$, on passe « manuellement » à l'unique solution à basse température électronique.
- 5) Le calcul des triplets (U, T_w, T_e) est alors poursuivi jusqu'à $T_w = 2000$ K en baissant T_w de 10 K à chaque étape.
- 6) Pour chacun de ces triplets, les flux de particules et en particulier les fonctions j , q , et g sont calculées et l'ensemble des données est stocké dans un fichier.

Pour détecter le point de rebroussement, on pourrait alternativement travailler avec un pas de T_w plus petit, et imposer un critère sur la pente des $f(T_w, U)$. Par exemple, on obtient les caractéristiques j , q , et g représentées figures 9.

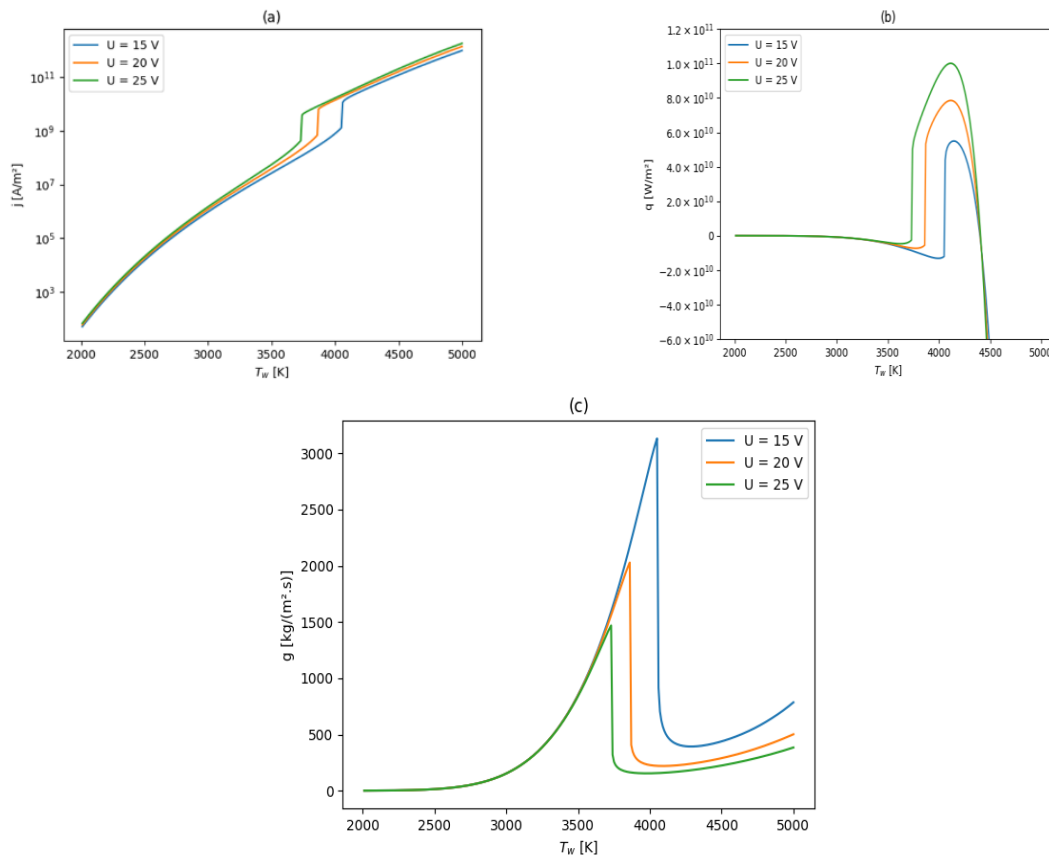


Figure 9 : Caractéristiques $f(T_w, U)$ monovaluées. (a) $f = j$, (b) $f = q$, (c) $f = g$.

Ces résultats sont en très bon accord avec ceux présentés dans l'article [16].

3.4. Discussion physique

Nous pouvons noter que la densité de courant présente une croissance exponentielle avec la température de surface pour une tension de gaine donnée. Cette croissance très rapide est due notamment aux dépendances exponentielles de la densité de courant émis. Le saut à $T_w \approx 3700$ K est dû au changement de branche pour la température électronique. Ce changement se traduit par un saut de température électronique T_e , qui se répercute sur les autres grandeurs calculées, et notamment la densité de courant.

La courbe donnant le flux de chaleur $q(T_w, U)$ est d'interprétation plus délicate. Remarquons d'abord qu'avant le saut de T_e , la valeur du flux de chaleur est négative. Cette valeur négative traduit un refroidissement, essentiellement par vaporisation. Une fois le saut franchi, le chauffage par bombardement ionique est devenu très important, en raison d'une ionisation plus marquée à T_e plus élevée, ce qui explique le saut de flux de chaleur q . Si l'on augmente encore la température de surface, le refroidissement par émission électronique finit par prendre le relais, ce qui explique l'existence d'un maximum pour ce flux, puis sa décroissance très rapide.

Concernant la courbe donnant le flux de masse $g(T_w, U)$, il peut sembler surprenant que ce flux « s'effondre » lors du passage à la solution à T_e « élevée ». Ceci est dû à une ionisation des atomes émis très importante avant le maximum de potentiel, en lien d'ailleurs avec un flux d'ions très élevé qui chauffe la cathode. Ainsi, ces atomes émis puis ionisés retournent vers la cathode, et ne constituent donc pas une perte de masse pour cette dernière. Remarquons que le flux de masse est plus élevé à tension de gaine plus basse. Il est probable que ce comportement soit dû à une ionisation plus faible (en particulier avant le maximum de potentiel) lorsque la tension de gaine est plus faible.

4. Calcul d'une structure à N spots

Dans cette section, nous cherchons à décrire l'accrochage d'un arc sur une cathode non réfractaire. Dans le cas d'un arc dans le vide, cet accrochage se présente souvent sous la forme de plusieurs ($N \geq 1$) spots cathodiques dispersés sur la surface du matériau. A pression atmosphérique, ces spots ont tendance à se regrouper pour former un pied d'arc macroscopique. Dans ce dernier cas, le pied d'arc est souvent mis en mouvement, et/ou le matériau refroidi, de sorte que le pied d'arc macroscopique présente une température moyenne T_0 . Cette température T_0 traduit par exemple des processus de chauffage de la cathode situés à plus grande échelle que les spots. Elle peut aussi représenter un effet moyenné des $N-1$ autres spots auquel va se superposer le champ de température d'un spot donné. Cette superposition permet alors d'étudier les spots indépendamment les uns des autres. Cette situation est illustrée sur la figure 10.

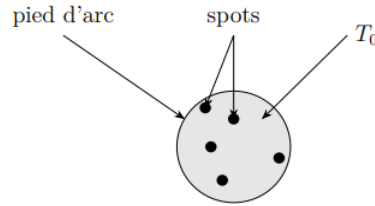


Figure 10 : Schéma illustrant un pied d'arc à la surface d'une cathode non réfractaire et sa composition en spots cathodiques.

Les N spots doivent permettre au total le passage d'un courant I_{arc} . En supposant que ce courant est réparti de façon uniforme, chaque spot véhicule le courant $I_{spot} = I_{arc} / N$. Nous allons dans un premier temps voir comment déterminer ce courant I_{spot} grâce au modèle de zone cathodique précédemment introduit, ce qui nous permettra finalement de décrire la structure à N spots.

4.1. Modèle thermique pour le spot

Les caractéristiques de chauffage $q(T_w, U)$ présentent la propriété remarquable d'être localisées en température T_w . Ceci implique qu'une structure chauffante auto-entretenu ne peut exister que dans la gamme de températures correspondant à $q > 0$. Conformément aux travaux de Benilov [29, 30], nous mettons à profit cette propriété en adoptant le modèle de spot stationnaire suivant :

- La cathode est considérée comme un milieu semi-infini de température de fond (c'est-à-dire en l'absence de spot) T_0 et de conductivité thermique $\kappa(T)$ dépendante de la température T . Ceci suppose que les processus de chauffage conduisant à la température T_0 ont lieu à une échelle grande devant celle des spots.
- Le spot est représenté par un disque de température $T_s > T_0$ et de rayon r_s .
- L'effet Joule est supposé négligeable.

Ce modèle de structure chauffante est bien connu, et on peut montrer qu'il évacue par conduction thermique la puissance $P_{cond} = 4 r_s \psi_s$, où ψ_s est le potentiel de flux de chaleur défini par :

$$\psi_s = \int_{T_0}^{T_s} \kappa(T) dT \quad (2)$$

T_s est choisi dans l'intervalle tel que $q(T_s) > 0$. Pour que la structure soit stable [16], il faut de plus que $dq/dT_w < 0$, ce qui signifie que T_s doit se situer dans la partie décroissante de la branche haute de $q(T_w)$.

En supposant la tension de gaine uniforme sur la surface à la valeur U , on peut considérer que le spot reçoit de la part de la zone cathodique la puissance $P_{gaine} = q(T_s, U) \pi r_s^2$. En régime stationnaire, cette puissance fournie et les pertes par conduction s'équilibrent, de sorte que l'on peut écrire le bilan macroscopique :

$$P_{\text{gain}} = P_{\text{cond}} \Rightarrow q(T_s, U)\pi r_s^2 = 4r_s\psi_s \Rightarrow r_s = \frac{4\psi_s}{\pi q(T_s, U)} \quad (3)$$

Ce bilan permet donc de calculer le rayon du spot connaissant sa température et la tension de gaine. On notera que cette approche diffère de celle proposée par Benilov [30], qui propose de calculer r_s grâce à un bilan d'énergie local au bord du spot, couplé à une condition de raccord asymptotique avec la solution du disque de température. En revanche, nous garderons dans un premier temps la proposition faite dans [30] consistant à fixer la température T_s au maximum de la dépendance $q(T_w, U)$ selon T_w , pour U fixé. Les ordres de grandeur obtenus restent toutefois similaires.

Le rayon et la température du spot étant déterminés, on peut calculer, pour une tension de gaine U donnée (seul paramètre) le courant I_s , la puissance P_s et le taux d'érosion G_s du spot selon les équations :

$$I_s = j(T_s, U)\pi r_s^2, P_s = q(T_s, U)\pi r_s^2, G_s = g(T_s, U)\pi r_s^2 \quad (4)$$

La figure 11 présente les dépendances de ces grandeurs selon la tension de gaine pour diverses températures de fond T_0 .

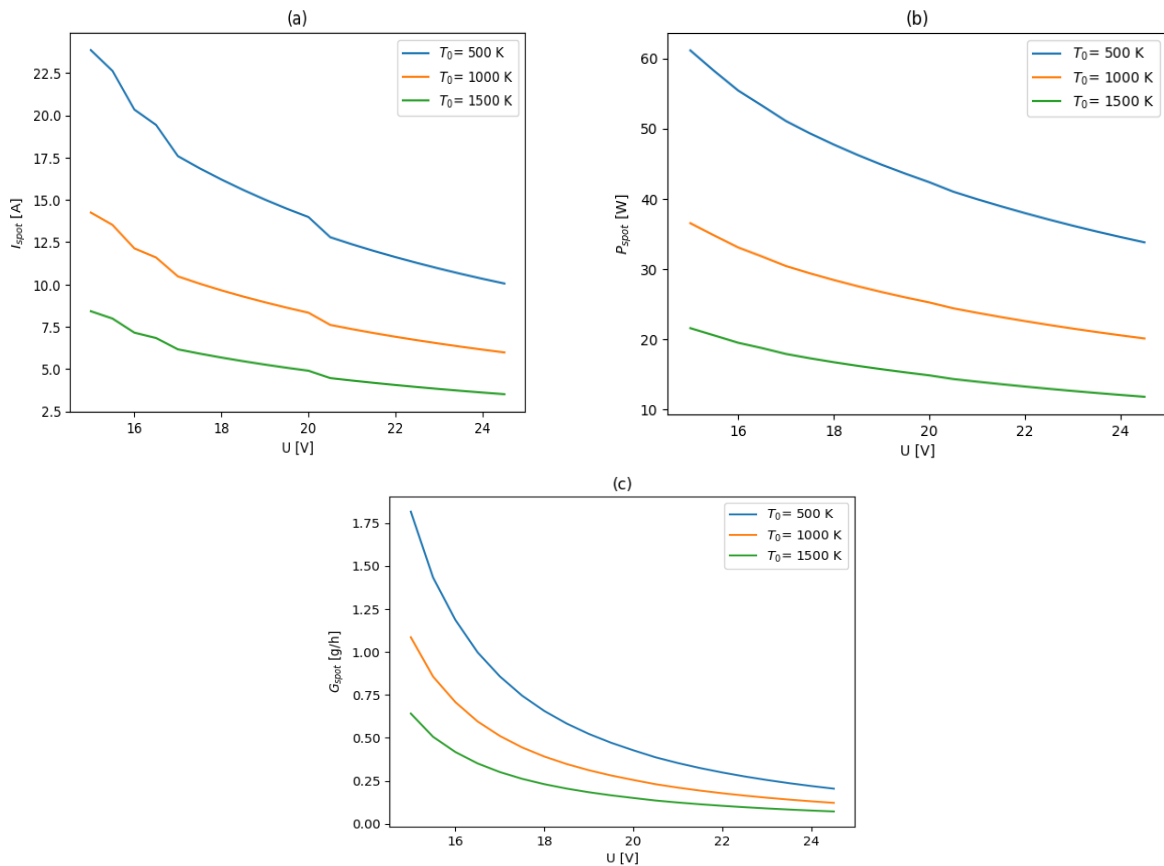


Figure 11 : Influence de la tension de gaine sur (a) le courant I_s , (b) la puissance P_s et (c) le taux d'usure G_s d'un seul spot cathodique.

Nous observons que le courant par spot a tendance à diminuer lorsque la tension U augmente. Ce comportement peut être interprété ainsi : d'après la figure 9, T_s et donc ψ_s , dépendent peu de U ($T_s \approx 4100$ K), et $q(T_s, U)$ augmente avec U . La relation (3) permet alors de conclure que le rayon du spot diminue lorsque U augmente. Enfin $j_s = j(T_s, U)$ dépend peu de U . Ainsi, le courant par spot $I_s = j_s \pi r_s^2$ diminue.

La variation du courant I_s avec la température de fond T_0 s'interprète de façon analogue : une diminution de T_0 se traduit par une augmentation de ψ_s , car l'écart entre la température du spot et celle de fond se creuse. Ainsi, le rayon du spot augmente, ce qui se traduit par une augmentation du courant I_s . Les dépendances de la puissance et du taux d'usure peuvent être interprétées de façon similaire. Notons que le taux d'usure augmente lorsque la température T_0 diminue, en raison de l'augmentation du rayon du spot.

Ces résultats pour un seul spot vont permettre d'étudier une structure à N spots.

4.2. Structure à N spots de courant donné

Le modèle précédent permet de calculer les caractéristiques d'une structure à N spots (N étant donné) de courant total I_{arc} fixé (en d'autres termes, on donne le courant par spot $I_s = I_{arc}/N$). Il suffit pour cela de rechercher la tension U permettant d'obtenir le courant I_s . La figure 12 présente ainsi l'évolution de la tension de gaine et du taux d'usure total de la structure $G_{arc} = N G_s$ selon le nombre N de spots, pour divers courants I_{arc} .

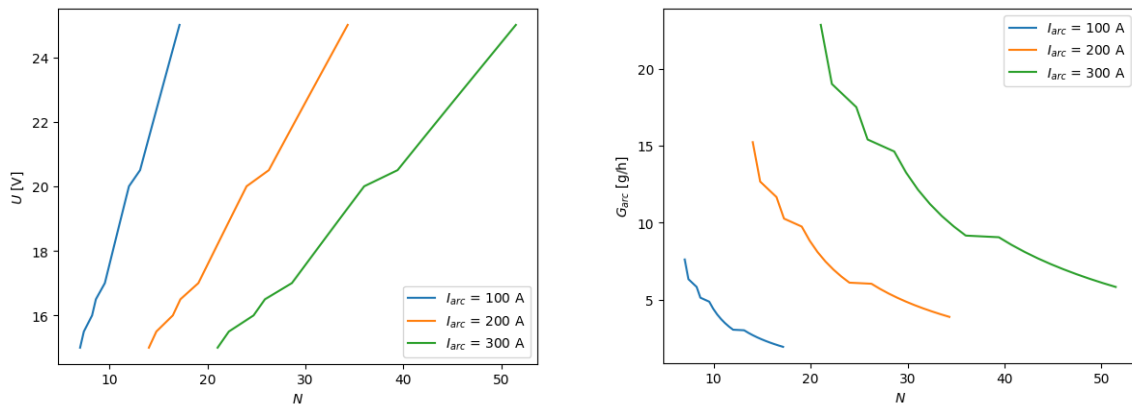


Figure 12 : Influence du nombre N de spots sur la tension de gaine U et le taux d'usure total G_{arc} de la cathode pour divers courants d'arc I_{arc} .

Notons que pour tracer ces courbes, il est plus simple de se donner U et d'en déduire N (ce qui conduit à des valeurs non-entières de N , qui sont alors à exclure).

Afin de tester l'hypothèse selon laquelle la température est prise au maximum de la dépendance de q , nous avons étudié l'influence sur le taux d'usure total G_{arc} du choix de cette température dans la branche décroissante (stable) de $q(T_w, U)$. Le résultat de cette étude est présenté sur la figure 13.

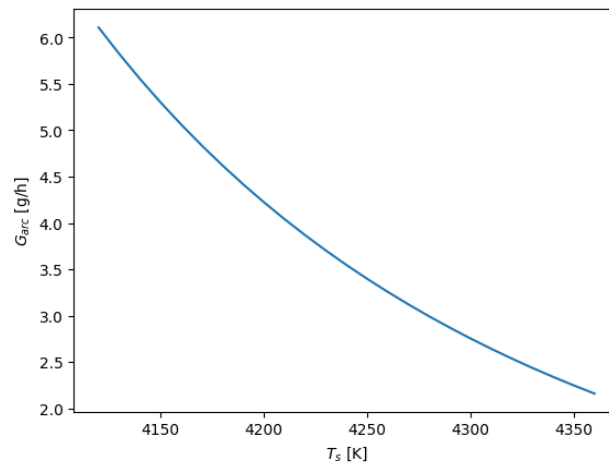


Figure 13 : Influence du choix de la température de surface T_s sur le taux d'usure total G_{arc} de la cathode. $I_{arc} = 200$ A, $U = 20$ V.

Précisons que nous avons limité le tracé à un nombre de spots $1 \leq N$ (ce nombre variant avec T_s). Plus la température T_s est choisie élevée, plus le taux d'usure G_{arc} diminue. Ceci est dû au fait que l'érosion spécifique $g_C = g/j$ (en g/C) fixant le taux d'usure par $G_{arc} = g_C I_{arc}$ décroît avec T_s (en raison de l'augmentation de j). On peut montrer qu'à tension de gaine U et courant d'arc I_{arc} fixés, la température de fond T_0 ne joue aucun rôle sur l'usure. Ce résultat en apparence contre-intuitif peut s'expliquer ainsi : une fois U et T_s choisis, la densité de flux de masse $g(T_s, U)$ est déterminée. De plus, $j(T_s, U)$ et I_{arc} étant connus, l'aire totale A occupée par les spots est connue également. Ainsi, le taux d'usure total $g(T_s, U) A$ est fixé. Cependant, si T_0 dépasse la température de fusion, la phase liquide existe à grande échelle, et une part importante de l'érosion a alors lieu par émission de gouttelettes, négligée dans notre modèle.

4.3. Application de ce modèle à pression atmosphérique

De nombreux dispositifs industriels (par exemple des torches à plasma à cathode creuse [31, 32]) utilisent des cathodes non réfractaires fonctionnant dans un gaz ambiant à pression atmosphérique. Bien que le modèle [16] ait été développé pour un arc dans le vide, les pressions de vapeur correspondant aux températures de surface obtenues sont très supérieures à la pression atmosphérique. On peut donc supposer qu'en première approximation, l'atmosphère ambiante joue un rôle négligeable sur les mécanismes de base.

On peut donc imaginer transposer directement l'étude dans le vide au cas de la pression atmosphérique. Avec cette hypothèse, le taux d'usure de la cathode d'une torche fonctionnant à 200 A serait (pour $U = 20$ V) entre 3 et 8 g/h (selon la valeur retenue pour la température T_s , cf. figure 13). Cet ordre de grandeur est en bon accord avec les mesures expérimentales présentées par exemple dans [33]. Cependant, le modèle n'explique pas la forte dépendance du taux d'usure réel vis-à-vis du gaz plasmagène ambiant utilisé. De plus, la puissance communiquée à la cathode par les spots ne correspond qu'à la moitié de la puissance expérimentale rapportée dans [33]. La prise en compte de l'effet Joule et d'un éventuel flux dû au plasma ambiant pourraient expliquer ces différences. Des travaux plus approfondis seront donc nécessaires pour clarifier ces points.

5. Perspectives pour l'étude de l'interaction arc-cathode

5.1. Cathodes réfractaires

L'interaction arc-cathode réfractaire est relativement bien comprise. Le modèle NCPL [23], dont de nombreuses variantes ont été développées (par exemple [34, 35]) constitue actuellement le meilleur compromis entre précision physique et coût d'implémentation. Bien sûr, certaines hypothèses sont discutables, par exemple l'hypothèse isotherme (températures T_e et $T_h = T_w$ uniformes) dans la zone d'ionisation. La caractérisation des déséquilibres dans le cas du plasma d'argon suggère en effet qu'à basse température électronique, la zone d'ionisation n'est pas isotherme, puisque les longueurs d'ionisation et de thermalisation sont du même ordre. On peut aussi s'interroger sur le rôle dans la gaine de la charge d'espace des électrons émis, totalement négligée dans [23]. En effet, le flux d'électrons émis constitue une part majoritaire de la densité de courant en régime stationnaire, et la vitesse associée proche de la cathode (vitesse thermique à la température de surface) n'est pas si élevée, d'où une densité équivalente potentiellement importante.

Le modèle NCPL a récemment été complété pour traiter le cas des cathodes réfractaires froides [19, 25, 36], en ajoutant le phénomène d'émission secondaire. Ceci permet de descendre à basse température (300 K) tout en limitant la tension de gaine à des valeurs de l'ordre de 150 V (pour l'argon sous 1 bar), comme l'avait déjà remarqué Cayla dans des travaux antérieurs [34]. Des tensions de gaine aussi élevées impliquent des températures électroniques très élevées dans la zone d'ionisation. Ceci a nécessité une révision du modèle de zone d'ionisation (précédemment basé sur le modèle multi-fluide [37]) pour traiter le cas d'atomes non-collisionnels à haute température électronique [19]. Le modèle NCPL est entièrement découplé du plasma ambiant. En conséquence, c'est la zone cathodique qui dicte ses conditions au plasma et non l'inverse. Cette hypothèse semble discutable si un plasma ambiant préexiste devant une cathode initialement froide (ce qui peut arriver en cas de déplacement ou de saut du pied d'arc).

Outre le modèle NCPL, on trouve aussi un « modèle unifié » développé par Almeida et al. [12]. Ce dernier présente l'avantage de décrire l'ensemble des déséquilibres (thermique, chimique, séparation de charges) avec un seul formalisme. Ceci est particulièrement intéressant pour traiter le déséquilibre thermique, et permet de s'affranchir de l'hypothèse isotherme (températures T_e et T_h uniformes) faite dans le modèle NCPL [23]. Un inconvénient majeur du modèle unifié est qu'il est difficile à implémenter et très coûteux numériquement, car il doit résoudre à la fois la gaine et le plasma, situées à des échelles différentes. Un autre inconvénient est que ce modèle est basé sur le formalisme de la diffusion (lois de Stefan-Maxwell à deux températures), et suppose donc une dynamique fortement collisionnelle et des distributions maxwelliennes pour toutes les espèces. Pour un plasma d'argon, à basse température électronique, dans la zone d'ionisation, cela semble correct, car on a $\lambda_{ia}, \lambda_{aa}, \lambda_{ii} \ll \lambda_{ion}^d$. En revanche, au niveau de la gaine, la plupart des collisions sont rares, et il est clair que la distribution des électrons émis n'est pas maxwellienne. Sur ce point, le modèle NCPL est supérieur, puisqu'il permet justement de prendre en compte ces différences au niveau des

collisions en traitant la gaine et la zone d'ionisation dans deux couches séparées. Ainsi, ces deux approches (modèle unifié ou NCPL) doivent être considérées comme complémentaires. Notons que, du point de vue du calcul des caractéristiques $j(T_w, U)$ et $q(T_w, U)$, les deux approches donnent des résultats très similaires. Cependant, seul un modèle cinétique résolvant l'équation de Boltzmann (non développé à ce jour à notre connaissance) permettrait de décrire fidèlement l'ensemble de la zone cathodique.

L'étude des modes de chauffage des cathodes axisymétriques finies (par exemple cylindriques) en régime stationnaire est également bien avancée. Des modes 2D axisymétriques [11, 21] ont été simulés, ainsi que des modes 3D avec symétrie plane [38]. Cependant, les études en régime instationnaires sont peu nombreuses, la plupart ayant vocation à étudier la stabilité des modes stationnaires [39] ou des transitions entre modes [40].

Il n'existe pas d'approche universellement acceptée pour coupler la zone cathodique au plasma ambiant. La méthodologie à adopter dépend du modèle utilisé pour décrire ce plasma ambiant (selon les déséquilibres pris en compte, voir [2]). Sans entrer dans les détails, une difficulté principale est de raccorder la description collisionnelle du plasma en déséquilibre thermique et chimique avec celle de la gaine, supposée le plus souvent non collisionnelle. Dans le cas où le plasma est modélisé à l'ETL, le couplage de la zone cathodique à ce plasma est encore plus délicat, car il faut alors décrire la relaxation thermique (non prise en compte dans le modèle NCPL). A notre connaissance, un tel couplage n'a jamais été complètement réalisé, les modèles basés sur NCPL (par exemple [13, 14]) ne décrivant pas la relaxation thermique. Un autre exemple est l'article [41], dans lequel la relaxation thermique est prise en compte, mais pas le déséquilibre chimique.

5.2. Cathodes non réfractaires

Dans cet article, nous avons utilisé le modèle développé suivant la théorie donnée dans [15, 16], car il correspond à la physique que l'on peut déduire de la caractérisation des déséquilibres. On peut cependant s'interroger sur le rôle des collisions élastiques ion-ion, négligées dans [15], et semblant intervenir à l'échelle de la gaine. Mis à part ce point, ce modèle de zone cathodique semble physiquement bien justifié, et l'implémentation du modèle [16] est relativement accessible.

Le calcul de conduction thermique que nous proposons pourrait être amélioré en prenant en compte l'effet Joule et une distribution locale auto-cohérente de température et de flux de chaleur à la surface, ce qui a déjà été fait dans la littérature [17].

Il faut cependant garder à l'esprit que le modèle [15, 16] a été développé pour décrire des spots stationnaires sur une surface localement plane (au sens où son rayon de courbure doit être petit devant la taille de la gaine). Il est bien connu que ces conditions ne reflètent pas la réalité : les spots sont des structures instationnaires, se déplaçant sur une surface présentant des cratères et autres pointes. Cette géométrie de surface complexe (et instationnaire) modifie *a priori* la conduction thermique et électrique dans le matériau, et éventuellement le champ électrique dans la zone cathodique (effet de pointe).

En conséquence, les spots possèdent un cycle de vie avec des phases d'amorçage et d'extinction. Si l'extinction peut être obtenue à partir du modèle [15, 16], ce n'est pas le cas des phases d'amorçage, qui sont généralement traitées par l'introduction d'un profil de flux de chaleur initial, imposé avec une répartition et une durée *ad hoc*, comme dans [18].

Dans le cas où ce type de cathode est utilisé avec un gaz ambiant, les spots sont concentrés au sein d'un pied d'arc « macroscopique » d'un rayon de l'ordre de 1 mm. L'état de surface de la cathode est alors perturbé par le gaz ambiant : il se forme par exemple une couche d'oxyde si le gaz contient de l'oxygène. Il a été suggéré dans [3] que le plasma ambiant participe activement au cycle de vie des spots, au niveau des phases d'amorçage. Cette possibilité serait à investiguer d'un point de vue théorique.

Les expériences ne sont généralement pas en mesure de sonder avec fiabilité les petites échelles des spots. Il semble donc qu'il faille construire un modèle plus macroscopique, basé sur une approche probabiliste du comportement des spots, qui permettrait alors de prédire les paramètres du pied d'arc macroscopique. Bien que l'intérêt d'une telle approche soit connu de longue date, les travaux réalisés à ce jour (par exemple [42, 43]) considèrent le plus souvent le cas dans le vide et utilisent tous des paramètres empiriques. Une version auto-cohérente d'un tel modèle n'a pas été développée à ce jour (à notre connaissance). Sa mise au point représente ainsi un défi intéressant sur le long terme et permettrait une validation expérimentale plus aisée.

Conclusion

Dans cet article, nous avons dans un premier temps présenté une revue des travaux les plus récents dans le domaine de la modélisation de l'interaction arc-cathode. Il est commode d'organiser cette modélisation en deux étapes : l'étude de la zone cathodique, puis celle du couplage de cette zone avec le matériau et, éventuellement, avec le plasma ambiant. Pour la première étape, il convient de caractériser les écarts à l'ETL pour proposer une structure pertinente de la zone cathodique, avant toute étude plus poussée. Le cas de l'argon sous 1 bar est désormais bien compris. Dans le cas d'un plasma de cuivre existant devant un spot cathodique, la présence d'ionisation dans la gaine nécessite d'adopter un modèle prenant en compte les écarts à la neutralité et la cinétique d'ionisation.

Nous avons ainsi repris le modèle de spot cathodique proposé par Almeida et al. [16]. Le modèle est alors en mesure de calculer les caractéristiques de la zone cathodique $f(T_w, U)$. Ces caractéristiques sont ensuite utilisées pour calculer une structure de spot cathodique dans le cadre d'un modèle simple (disque de température), puis une structure à N spots. Pour un courant d'arc de 200 A et une tension de gaine de $U = 20$ V, on obtient un nombre de spots de l'ordre de 30, et un taux d'érosion entre 2 et 6 g/h, en accord avec l'expérience.

Des perspectives d'étude ont également été présentées. Les ingrédients physiques de la modélisation de l'interaction arc-cathode sont désormais bien compris. Insistons cependant sur le fait que le caractère instationnaire des phénomènes reste très peu étudié d'un point de vue théorique. Par ailleurs, un défi central à relever dans les prochaines années est la modélisation des cathodes non réfractaires en présence d'un gaz ambiant à la pression atmosphérique. En particulier, le rôle du plasma ambiant sur l'état de surface (jouant a priori sur la structure et la dynamique des spots) ainsi que sur l'amorçage des spots devront être clarifiés.

Annexe A. Calcul des longueurs caractérisant les déséquilibres

Dans cette annexe, nous présentons le formalisme et les données de base nécessaires au calcul des longueurs caractéristiques des déséquilibres présentées à la section 2. Les définitions de ces longueurs proviennent pour l'essentiel des articles de review de Benilov [2, 8], et de ses articles [19, 44] (bien que la plupart aient été conceptualisées bien avant ces travaux).

A.1. Composition d'équilibre

Nous avons besoin de connaître les densités d'électrons, d'ions et d'atomes dans les conditions d'équilibre chimique à la pression p et aux températures T_e et T_h (respectivement des électrons et des lourds). Pour cela, nous utilisons les lois de Saha, de Dalton et de neutralité suivantes :

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = K(T_e) = \frac{2Z_i}{Z_a} \left(\frac{2\pi m_e k T_e}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_i}{k T_e}\right), p = (n_a + n_i) k T_h + n_e k T_e, n_e = n_i \quad (5)$$

où n_e , n_i et n_a sont respectivement les densités d'électrons, d'ions et d'atomes, m_e la masse d'un électron, k la constante de Boltzmann, et E_i l'énergie d'ionisation de l'atome. Les ions multiples chargés ne sont pas pris en compte (on suppose qu'ils se forment au-delà de la zone cathodique étudiée). Nous supposons que les fonctions de partition des atomes Z_a et des ions Z_i peuvent être respectivement approchées par les dégénérescences g_a et g_i du niveau fondamental [37], et que l'abaissement du potentiel d'ionisation est négligeable, de même que les autres corrections de Debye et celles du Viriel. Les données de base sont rassemblées dans le tableau 1.

Elément	Argon	Cuivre
Energie d'ionisation E_i	15.76 eV	7.726 eV
Dégénérescence g_a	1	2
Dégénérescence g_i	6	1

Tableau 1 : Données nécessaires pour les calculs de composition simplifiés

En combinant ces équations, et en notant $\theta = T_e/T_h$, on obtient une équation du second degré sur la densité électronique :

$$n_e^2 + K(T_e)(1 + \theta)n_e - \frac{pK(T_e)}{kT_h} = 0 \quad (6)$$

dont la solution (positive) est :

$$n_e = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2}, b = K(T_e)(1 + \theta), \Delta = b^2 + \frac{4pK(T_e)}{k} T_h \quad (7)$$

On déduit de (7) les densités $n_i = n_e$ et $n_a = n_e^2/K(T_e)$, ainsi que la charge moyenne des lourds $\omega = n_i/(n_a + n_i)$, qui sera utile pour le modèle de zone cathodique.

A.2. Longueur de Debye

Nous utiliserons l'expression classique de la longueur de Debye électronique [45] :

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_e e^2}} \quad (8)$$

A.3. Longueur de thermalisation

La longueur de thermalisation des lourds, à laquelle les processus d'échange d'énergie avec les électrons et de conduction thermique entrent en compétition, s'écrit [8] :

$$\lambda_{th} = \sqrt{\frac{\kappa_h m_h}{m_e k n_e \nu_{eh}}} \quad (9)$$

où m_h est la masse d'une particule lourde (atome ou ion), ν_{eh} la fréquence de collisions électron-lourds (dominée par les collisions électron-ion : $\nu_{eh} \approx \nu_{ei}$) et κ_h la conductivité thermique des lourds. L'expression de ν_{ei} est classique [45, 46] :

$$\nu_{ei} = \frac{4}{3} n_e \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} Q_{ei}^{(1,1)}, Q_{ei}^{(1,1)} = \frac{9\pi}{2} b_{0e}^2 \ln \Lambda_e, b_{0e} = \frac{e^2}{12\pi\epsilon_0 k T_e}, \Lambda_e = \frac{\lambda_D}{b_{0e}} \quad (10)$$

Pour le calcul de la conductivité thermique des lourds (réalisé seulement pour l'argon dans cet article), nous avons repris le formalisme simplifié présenté dans l'annexe d'Almeida et al. [12]. Ce coefficient s'écrit : $\kappa_h = \kappa_i + \kappa_a$, avec :

$$\begin{aligned} \kappa_a &= \frac{75k}{64Q_{aa}^{(2,2)}} \sqrt{\frac{\pi k T_h}{m_h}} \left(1 + \frac{n_i Q_{ia}^{(2,2)}}{n_a Q_{aa}^{(2,2)}}\right)^{-1} \\ \kappa_i &= \frac{75k n_i}{64Q_{aa}^{(2,2)} n_a} \sqrt{\frac{\pi k T_h}{m_h}} \left(1 + \frac{n_i Q_{ii}^{(2,2)}}{n_a Q_{ia}^{(2,2)}}\right)^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

où les sections efficaces moyennes de transfert d'impulsion $Q^{(2,2)}$ sont données par :

$$Q_{aa}^{(2,2)} [m^2] = \frac{1.12 \times 10^{-18}}{T_h [K]^{0.2}}, Q_{ia}^{(2,2)} [m^2] = \frac{3.6 \times 10^{-18}}{T_h [K]^{0.3}}, Q_{ii}^{(2,2)} = 4\pi b_{0h}^2 \ln \Lambda_h \quad (12)$$

$$\text{avec : } b_{0h} = \frac{e^2}{12\pi\epsilon_0 k T_h}, \Lambda_h = \frac{\lambda_D}{b_{0h}}$$

Notons que les sections efficaces $Q_{ia}^{(2,2)}$ et $Q_{aa}^{(2,2)}$ données ci-dessus sont des interpolations des tables de Devoto [47] et sont donc spécifiques à l'argon. C'est pourquoi le calcul de λ_{th} est réalisé seulement pour ce gaz.

A.4. Libres parcours moyens

Les libres parcours moyens des collisions ion-atome λ_{ia} , ion-ion λ_{ii} , et atome-atome λ_{aa} s'écrivent :

$$\lambda_{ia} = \frac{1}{(n_i+n_a)Q_{ia}^{(1,1)}}, \lambda_{ii} = \frac{1}{n_i Q_{ii}^{(1,1)}}, \lambda_{aa} = \frac{1}{n_a Q_{aa}^{(1,1)}} \quad (13)$$

Détaillons le calcul des sections efficaces $Q^{(1,1)}$. Pour les collisions ion-ion, on a l'expression classique [45] :

$$Q_{ii}^{(1,1)} = \frac{9\pi}{2} b_{0h}^2 \ln \Lambda_h \quad (14)$$

Pour les collisions atome-atome, dans le cas de l'argon, en reprenant le potentiel exponentiel répulsif $\phi(r) = \phi_0 \exp(-r/\rho)$ adopté par Devoto [47] (avec $\phi_0 = 7100$ eV et $\rho = 2.58 \cdot 10^{-11}$ m), et en utilisant les tables d'intégrales de collision de Monchick [48], on peut calculer la section efficace $Q_{aa}^{(1,1)}$ comme :

$$Q_{aa}^{(1,1)} = 4\pi\alpha^2 \rho^2 I^{(1,1)}(\alpha), \alpha = \ln\left(\frac{\phi_0}{kT_h}\right) \quad (15)$$

avec, par exemple, pour $T_h = 3000$ K, $I^{(1,1)} = 0.22$. Ce calcul de λ_{aa} étant spécifique à l'argon, il n'est réalisé que pour ce gaz.

Enfin, les sections efficaces de collision ion-atome $Q_{ia}^{(1,1)}$ sont supposées dominées par l'échange de charge. Sous cette hypothèse, on peut utiliser la formule d'interpolation suivante [37] :

$$Q_{ia}^{(1,1)} = 2(a - b \ln(2kT_h[eV]))^2 \quad (16)$$

où les coefficients a et b sont tabulés par Anders [49]. Ces coefficients pour le cas de l'argon et du cuivre, sont rassemblés dans le tableau 2.

<i>Elément</i>	Argon	Cuivre
<i>a[m]</i>	6.9 10^{-10}	1.3 10^{-9}
<i>b[m]</i>	9.7 10^{-11}	1.4 10^{-10}

Tableau 2 : Données nécessaires pour le calcul de la section efficace des collisions ion-atome

A.5. Longueur d'ionisation

La longueur d'ionisation en régime non collisionnel s'écrit (pour une fonction de distribution atomique semi-maxwellienne de température T_h) [19] :

$$\lambda_{ion}^{nc} = \sqrt{\frac{2kT_h}{\pi m_h}} \frac{1}{k_i n_e} \quad (17)$$

où k_i est le coefficient d'ionisation. On peut noter que $1/(k_i n_e)$ représente la durée de vie d'un atome dans le gaz d'électrons. En régime collisionnel, il faut tenir compte de la diffusion des atomes sur les ions. Dans ce cas, la longueur d'ionisation s'écrit [19] :

$$\lambda_{ion}^d = \sqrt{\frac{D_{ia}}{k_i n_e}}, D_{ia} = \frac{3\pi}{8} \sqrt{\frac{kT_h}{\pi m_h}} \lambda_{ia} \quad (18)$$

où le libre parcours moyen λ_{ia} est le même que précédemment. Il existe aussi une formulation prenant en compte la diffusion ambipolaire [44] (non prise en compte dans cet article).

Le coefficient d'ionisation k_i des atomes est calculé grâce à la méthode décrite dans [37]. Deux contributions (directe k_{dir} et stepwise k_{step}) sont prises en compte, de sorte que $k_i = k_{dir} + k_{step}$. Ces deux coefficients sont donnés par :

$$k_{dir} = c_i \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} (E_i + 2kT_e) \exp\left(-\frac{E_i}{kT_e}\right) \quad (19)$$

où c_i est la dérivée de la section efficace au seuil, et :

$$k_{step}^{-1} = k_1^{-1} + k_2^{-1} \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{5}{2}, \frac{E_i - \Delta E}{kT_e}\right) \quad (20)$$

où Γ est la fonction gamma incomplète inférieure, et où :

$$k_1 [m^3/s] = 4.3 \times 10^{-14} \left(\frac{kT_e}{Ry}\right)^{0.7} \left(\frac{\Delta E}{Ry}\right)^{-2.2} \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT_e}\right) \quad (21)$$

$$k_2 [m^3/s] = 1.3 \times 10^{-14} \frac{g_i}{g_a} \left(\frac{Ry}{kT_e}\right)^3 \exp\left(-\frac{E_i}{kT_e}\right) \quad (22)$$

avec $Ry = 13.6$ eV la constante de Rydberg, et où ΔE est l'énergie du premier terme de Russell-Saunders excité, mesurée depuis l'état fondamental. En réalité, un terme contient plusieurs sous-niveaux J , et une levée de dégénérescence de ces sous-niveaux existe en raison de l'interaction de spin-orbite. Nous avons donc utilisé une valeur moyenne des énergies E_J de ces sous-niveaux, pondérée par leur dégénérescence g_J :

$$\Delta E = \frac{\sum_J g_J E_J}{\sum_J g_J} \quad (23)$$

Les données nécessaires au calcul des coefficients d'ionisation des atomes d'argon et de cuivre sont données dans le tableau 3. Elles sont essentiellement issues des tables du NIST. La dérivée c_i a été reprise de [37] pour l'argon et calculée à partir des tables de Lotz [50] pour le cuivre (en considérant seulement l'électron de valence 4s).

<i>Elément</i>	Argon	Cuivre
Energie d'excitation ΔE	11.65 eV	1.49 eV
Dérivée c_i	$18 \cdot 10^{-22} \text{ m}^2/\text{eV}$	$86.7 \cdot 10^{-22} \text{ m}^2/\text{eV}$

Tableau 3 : Données nécessaires pour le calcul du coefficient d'ionisation.

Annexe B. Formulation du modèle de zone cathodique pour une cathode non réfractaire

Portée à la température T_w , la cathode émet un flux de vapeurs J_v caractérisé par la densité n_{aw} et la vitesse moyenne v_a selon x (coordonnée normale à la cathode) données par :

$$v_a = \sqrt{\frac{2kT_w}{\pi m_a}}, n_{aw} = \frac{p_{vap}}{kT_w}, J_v = n_{aw}v_a \quad (24)$$

avec k la constante de Boltzmann, m_a la masse d'un atome émis, p_{vap} la pression de vapeur saturante à la température de la cathode T_w donnée par la formule de Clausius-Clapeyron (1). Le plasma est caractérisé par deux températures (T_w et T_e) et par sa pression p_{vap} . Avec ces conditions thermodynamiques, on peut calculer la charge moyenne des lourds grâce aux lois de l'équilibre chimique (Saha, Dalton, neutralité), qui sont vérifiées en sortie de gaine. On peut alors calculer les caractéristiques du profil de potentiel, selon les formules données par Almeida et al. [16] :

$$\phi_\infty = -0.84 - \frac{0.42\alpha_w^{3/2}}{(\alpha_w+5)(\sqrt{\alpha_w}+3)}, \psi_{iw} = \frac{-0.5+0.3\sqrt{\alpha_w}}{1+0.3\sqrt{\alpha_w}}, \psi_{i\infty} = \frac{-0.3}{1+(\alpha_w+1)^{1/3}} \quad (25)$$

où α_w mesure le ratio de la longueur de Debye et de la longueur d'ionisation, et est défini par :

$$\alpha_w = \omega \frac{v_a}{v_s} \left(\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_{aw} e^2} \right) \left(\frac{k_i n_{aw}}{v_a} \right), v_s = \sqrt{\frac{k T_e}{m_a}} \quad (26)$$

On détermine également la densité d'atomes au niveau du maximum de potentiel $n_a(0)$, donnée par :

$$N_{aw} = \frac{n_{aw}}{n_a(0)} = \frac{4}{1+0.8\sqrt{\alpha_w}} - 2 + 3.8\alpha_w^{1/3} \quad (27)$$

et le champ électrique E_w à la surface de la cathode :

$$E_w = \frac{k T_e}{e} \frac{k_i \omega n_{aw}}{v_s} \sqrt{\frac{2}{N_{aw} \alpha_w}} \left\{ (N_{aw} - 1) \sqrt{2(\chi - \phi_\infty)} \left[1 + \frac{\psi_{iw}}{2(\chi - \phi_\infty)} \right] - \frac{1}{\tau} \right\}^{1/2} \quad (28)$$

où $\chi = eU/kT_e$ (U étant la tension de gaine) et $\tau = 0.48$. Grâce à ces variables intermédiaires, on peut calculer les flux de particules sous forme de densités de courant, en reprenant là encore les expressions de [16] :

$$\begin{aligned} j_{iw} &= \omega J_v e (1 - N_{aw}^{-1}) \\ j_{pl} &= \frac{e}{4} \frac{\omega J_v \exp \phi_\infty}{N_{aw} \tau v_s} \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \exp\left(-\frac{eU}{kT_e}\right) \\ j_{em}(T_w, E_w) &= e \int_{-\infty}^{+\infty} N(T_w, \epsilon_x) D(E_w, \epsilon_x) d\epsilon_x \end{aligned} \quad (29)$$

où j_{iw} , j_{pl} et j_{em} sont respectivement les densités de courant des ions, des électrons rétrodiffusés et des électrons émis, cette dernière étant calculée par la méthode de Murphy-Good (on consultera l'article de Benilov et Benilova [51] pour les détails des expressions de N et D , et

ceux de la méthode numérique pour calculer l'intégrale). La densité de courant totale s'écrit donc : $j = j_{iw} + j_{em} - j_{pl}$

A partir de ces densités de courant, on peut former l'équation du bilan d'énergie électronique, d'inconnue T_e , qui s'écrit [16] :

$$j_{em} \left(\frac{2kT_w}{e} + U_{eff} \right) + [j_{iw}(\psi_{i\infty} - \psi_{iw}) - e\omega J_v(\psi_{i\infty} - \phi_{\infty})] \frac{kT_e}{e} \quad (30)$$

$$= j_{pl} \left(\frac{2kT_e}{e} + U_{eff} \right) + (j + e\omega J_v - j_{iw}) \frac{3.2kT_e}{e} + \omega J_v E_i$$

Dans cette équation, la chute de potentiel effective U_{eff} dans la gaine dépend de U et est donnée par :

$$U_{eff} = U - \frac{W - W_{eff}}{e}, W_{eff} = \bar{\epsilon} - 2kT_w \quad (31)$$

où ϵ exprime la variation moyenne d'énergie due à l'émission d'un électron. Ce terme est calculé grâce à la méthode développée par Paulini et al. [28] prenant en compte l'effet Nottingham à basse température. Une fois l'équation (30) résolue, on peut calculer la densité de courant $j = j_{iw} + j_{em} - j_{pl}$ et le flux de chaleur q par :

$$q = q_i + q_{pl} - q_{em} - q_{ev}$$

$$q_i = \frac{j_{iw}}{e} [kT_e(\psi_{iw} - \phi_{\infty}) + eU_{eff} + E_i - W_{eff}], q_{pl} = \frac{j_{pl}}{e} (2kT_e + W_{eff}) \quad (32)$$

$$q_{em} = \frac{j_{em}}{e} (2kT_w + W_{eff}), q_{ev} = (J_v - \frac{j_{iw}}{e})(L_{vap} + 2kT_w)$$

ainsi que le flux de masse est donné par :

$$g = (J_v - \frac{j_{iw}}{e})m_a \quad (33)$$

Annexe C. Tracé de courbes implicites

Une courbe du plan peut être définie par une équation implicite du type $f(x, y) = 0$. Par exemple, l'équation (30) peut se mettre sous la forme $B(T_w, T_e) = 0$ pour U fixé. Une telle équation définit parfois une fonction explicite $y(x)$ mais ce n'est pas toujours le cas. Il faut donc se munir d'un algorithme pour tracer ce type de courbe (au moins par composantes connexes). Nous avons utilisé la méthode suivante, décrite dans [52].

1) On cherche un premier point sur la courbe. Pour cela, on donne un premier point (x_0, y_0) et on applique les itérations suivantes (méthode de Newton) :

$$y_{n+1} = y_n - \frac{f(x_0, y_n)}{\partial_y f(x_0, y_n)} \quad (34)$$

Ceci suppose qu'il existe y tel que (x_0, y) appartient à la courbe.

2) Une fois sur la courbe, au point $r = (x, y)$ on détermine un vecteur unitaire tangent grâce au fait que celui-ci est perpendiculaire à **grad** f et on applique un petit déplacement de longueur Δ parallèlement à ce vecteur, de façon à atteindre le point r' . Par exemple :

$$t = \left(\frac{\partial_y f}{|\nabla f|}, -\frac{\partial_x f}{|\nabla f|} \right), r' = r + \Delta t \quad (35)$$

Eventuellement, on peut changer le signe de t pour changer le sens du tracé.

3) On revient sur la courbe grâce à la méthode de Newton suivante :

$$r_{n+1} = r_n - f(r_n) \frac{\nabla f(r_n)}{|\nabla f(r_n)|^2} \quad (36)$$

4) On retourne à l'étape 2 et on répète jusqu'à ce que la portion d'intérêt de la courbe soit tracée.

Références

- [1] I. Choquet, (2018) “Gas tungsten arc models including the physics of the cathode layer : remaining issues”, *Welding in the World*, vol. 62, no. 1, pp. 177–196.
<https://doi.org/10.1007/s40194-017-0513-2>
- [2] M. S. Benilov, (2019) “Modeling the physics of interaction of high-pressure arcs with their electrodes : advances and challenges”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 53, no. 1, p. 013002.
<https://doi.org/10.1088/1361-6463/ab47be>
- [3] B. Jüttner, (2001) “Cathode spots of electric arcs”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 34, no. 17, p. R103.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/34/17/202>
- [4] A. Anders, (2008) “Cathodic arcs : from fractal spots to energetic condensation.” Springer,.
<https://doi.org/10.1007/978-0-387-79108-1>
- [5] A. Gleizes, J.-J. Gonzalez, and P. Freton, (2005) “Thermal plasma modelling”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 38, no. 9, p. R153.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/38/9/R01>
- [6] J. Trelles, C. Chazelas, A. Vardelle, and J. Heberlein, (2009) “Arc plasma torch modelling”, *Journal of thermal spray technology*, vol. 18, pp. 728–752.
<https://doi.org/10.1007/s11666-009-9342-1>
- [7] V. Rat, A. Murphy, J. Aubreton, M.-F. Elchinger, and P. Fauchais, (2008) “Treatment of nonequilibrium phenomena in thermal plasma flows”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 41, no. 18, p. 183001.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/41/18/183001>
- [8] M. S. Benilov, (2008) “Understanding and modelling plasma–electrode interaction in high-pressure arc discharges : a review”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 41, no. 14, p. 144001.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/41/14/144001>
- [9] E. Hantzsche, (1996), “Cathode spots - Theories of cathode spots”, in *Handbook of Vacuum Arc Science and Technology* (R. L. Boxman, D. M. Sanders, and P. J. Martin, eds.), pp. 73–151, Park Ridge, NJ : William Andrew Publishing.
<https://doi.org/10.1016/B978-081551375-9.50007-2>
- [10] I. Beilis, (2020) “Plasma and spot phenomena in electrical arcs”, vol. 113. Springer Nature.
<https://doi.org/10.1007/978-3-030-44747-2>
- [11] M. S. Benilov and M. Cunha, (2002) “Heating of refractory cathodes by high-pressure arc plasmas : I”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 35, no. 14, p. 1736.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/35/14/314>
- [12] N. Almeida, M. Benilov, and G. Naidis, (2008) “Unified modelling of near-cathode plasma layers in high-pressure arc discharges”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 41, no. 24, p. 245201
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/41/24/245201>
- [13] M. Lisnyak, M. D. Cunha, J. M. Bauchire, and M. S. Benilov, (2017) “Numerical modelling of high-pressure arc discharges : matching the lte arc core with the electrodes”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 50, no. 31, p. 315203.
<https://doi.org/10.1088/1361-6463/aa76d3>
- [14] M. Baeva, T. Zhu, T. Kewitz, H. Testrich, and R. Foest, (2021), “Self-consistent cathode–plasma coupling and role of the fluid flow approach in torch modelling”, *Journal of Thermal Spray Technology*, pp. 1–14.
<https://doi.org/10.1007/s11666-021-01261-4>

- [15] M. S. Benilov and L. G. Benilova, (2010) “The double sheath on cathodes of discharges burning in cathode vapour”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 43, no. 34, p. 345204.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/43/34/345204>
- [16] N. A. Almeida, M. S. Benilov, L. G. Benilova, W. Hartmann, and N. Wenzel, (2013), “Near-cathode plasma layer on CuCr contacts of vacuum arcs”, *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 41, no. 8, pp. 1938–1949.
<https://doi.org/10.1109/TPS.2013.2260832>
- [17] M. S. Benilov, M. D. Cunha, W. Hartmann, S. Kosse, A. Lawall, and N. Wenzel, (2013), “Space-resolved modeling of stationary spots on copper vacuum arc cathodes and on composite CuCr cathodes with large grains”, *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 41, no. 8, pp. 1950–1958
<https://doi.org/10.1109/TPS.2013.2263255>
- [18] H. Kaufmann, M. Cunha, M. S. Benilov, W. Hartmann, and N. Wenzel, (2017) “Detailed numerical simulation of cathode spots in vacuum arcs : Interplay of different mechanisms and ejection of droplets”, *Journal of Applied Physics*, vol. 122, no. 16.
<https://doi.org/10.1063/1.4995368>
- [19] M. S. Benilov, (2024), “Ionization layer with collision-free atoms at the edge of partially to fully ionized plasmas”, *Plasma Sources Science and Technology*, vol. 33, no. 5, p. 055002.
<https://doi.org/10.1088/1361-6595/ad3f49>
- [20] M. S. Benilov and A. Marotta, (1995), “A model of the cathode region of atmospheric pressure arcs”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 28, no. 9, p. 1869.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/28/9/015>
- [21] M. S. Benilov and M. D. Cunha, (2003), “Bifurcation points in the theory of axially symmetric arc cathodes”, *Physical Review E*, vol. 68, no. 5, p. 056407.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.68.056407>
- [22] D. Nandelstädt, M. Redwitz, L. Dabringhausen, J. Luhmann, S. Lichtenberg, and J. Mentel, (2002) “Determination of HID electrode falls in a model lamp III : Results and comparison with theory”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 35, no. 14, p. 1639.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/35/14/304>
- [23] M. S. Benilov, M. Cunha, and G. Naidis, (2005) “Modelling interaction of multispecies plasmas with thermionic cathodes”, *Plasma Sources Science and Technology*, vol. 14, no. 3, p. 517.
<https://doi.org/10.1088/0963-0252/14/3/014>
- [24] <https://fisica.uma.pt/public-domain/simulation-tools/ncpl/>. Consulté le 26 février 2024.
- [25] M. D. Cunha, M. A. Sargsyan, M. K. Gadzhiev, D. V. Tereshonok, and M. S. Benilov, (2023) “Numerical and experimental investigation of thermal regimes of thermionic cathodes of arc plasma torches”, *J. Phys. D : Appl. Phys.*, vol. 56, no. 39, p. 395204.
<https://doi.org/10.1088/1361-6463/ace063>
- [26] O. Ojeda, Y. Cressault, P. Teulet, J.-P. Gonnet, D. F. N. Santos, M. D. Cunha, and M. S. Benilov, (2023) “LTE modelling of a DC arc ignition on cold electrodes”, in *23rd Int. Conf. Gas Discharges and their Applications*, vol. 1, pp. 64–67.
- [27] E. L. Murphy and R. Good Jr, (1956) “Thermionic emission, field emission, and the transition region”, *Physical review*, vol. 102, no. 6, p. 1464.
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.102.1464>
- [28] J. Paulini, T. Klein, and G. Simon, (1993) “Thermo-field emission and the Nottingham effect”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 26, no. 8, p. 1310.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/26/8/024>

- [29] M. S. Benilov, (1993) “Nonlinear heat structures and arc-discharge electrode spots”, *Physical Review E*, vol. 48, no. 1, p. 506.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.48.506>
- [30] M. S. Benilov, (1998), “Maxwell’s construction for non-linear heat structures and determination of radius of arc spots on cathodes”, *Physica Scripta*, vol. 58, no. 4, p. 383.
<https://doi.org/10.1088/0031-8949/58/4/015>
- [31] P. Freton, J. J. Gonzalez, and G. Escalier, (2009) “Prediction of the cathodic arc root behaviour in a hollow cathode thermal plasma torch”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 42, no. 19, p. 195205.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/42/19/195205>
- [32] F. Sambou, J. J. Gonzalez, M. Benmouffok, and P. Freton, (2021) “Theoretical study of the arc motion in the hollow cathode of a dc thermal plasma torch”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 55, no. 2, p. 025201.
<https://doi.org/10.1088/1361-6463/ac2a76>
- [33] L. I. Sharakhovsky, A. Marotta, and V. N. Borisyuk, (1997) “A theoretical and experimental investigation of copper electrode erosion in electric arc heaters II. the experimental determination of arc spot parameters”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 30, no. 14, p. 2018.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/30/14/009>
- [34] F. Cayla, P. Freton, and J.-J. Gonzalez, (2008), “Arc/cathode interaction model”, *IEEE transactions on plasma science*, vol. 36, no. 4, pp. 1944–1954.
<https://doi.org/10.1109/TPS.2008.927378>
- [35] M. Baeva, M. S. Benilov, N. A. Almeida, and D. Uhrlandt, (2016), Novel non-equilibrium modelling of a dc electric arc in argon, *J. Phys. D : Appl. Phys.*, vol. 49, no. 24, p. 245205.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/49/24/245205>
- [36] D. Santos, N. Almeida, L. Benilova, and M. Benilov, (2024) “Model of non-equilibrium near-cathode plasma layers for simulation of ignition of high-pressure arcs on cold refractory cathodes”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 57, no. 40, p. 405202.
<https://doi.org/10.1088/1361-6463/ad5f3c>
- [37] M. S. Benilov and G. V. Naidis, 1998 “Ionization layer at the edge of a fully ionized plasma,” *Physical Review E*, vol. 57, no. 2, p. 2230.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.57.2230>
- [38] M. S. Benilov, M. Carpaij, and M. D. Cunha, (2006) “3D modelling of heating of thermionic cathodes by high-pressure arc plasmas”, *J. Phys. D : Appl. Phys.*, vol. 39, no. 10, pp. 2124– 2134.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/39/10/024>
- [39] M. S. Benilov, M. D. Cunha, W. Hartmann, and N. Wenzel, (2014) “Numerical investigation of the stability of stationary solutions in the theory of cathode spots in arcs in vacuum and ambient gas”, *Plasma Sources Sci. Technol.*, vol. 23, no. 5, p. 054007.
<https://doi.org/10.1088/0963-0252/23/5/054007>
- [40] R. Bötticher and M. Kettlitz, Dynamic mode changes of cathodic arc attachment in vertical mercury discharges, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 39, no. 13, p. 2715, 2006.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/39/13/014>
- [41] J. J. Gonzalez, F. Cayla, P. Freton, and P. Teulet, (2009) “Two-dimensional self-consistent modelling of the arc/cathode interaction”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 42, no. 14, p. 145204.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/42/14/145204>

- [42] E. Hantzsche, B. Juttner, H. Pursch, and J. Daalder, (1983) “On the random walk of arc cathode spots in vacuum”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 16, no. 9, p. L173.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/16/9/002>
- [43] M. D. Cunha, N. Wenzel, P. G. Almeida, W. Hartmann, and M. S. Benilov, (2019) “A simple model of distribution of current over cathodes of vacuum circuit breakers”, *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 47, no. 8, pp. 3462–3469.
<https://doi.org/10.1109/TPS.2019.2927794>
- [44] M. S. Benilov, (1999) “Analysis of ionization non-equilibrium in the near-cathode region of atmospheric-pressure arcs”, *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 32, no. 3, p.257.
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/32/3/013>
- [45] M. Mitchner and C. H. Kruger Jr, (1973), “Partially ionized gases”. John Wiley and Sons, Inc., New York.
- [46] V. M. Zhdanov, (2002), “Transport processes in multicomponent plasma”. CRC Press.
- [47] R. Devoto, (1973), “Transport coefficients of ionized argon”, *Physics of Fluids*, vol. 16, no. 5, pp. 616–623.
<https://doi.org/10.1063/1.1694396>
- [48] L. Monchick, Collision integrals for the exponential repulsive potential, *The Physics of Fluids*, vol. 2, no. 6, pp. 695–700, 1959. <https://doi.org/10.1063/1.1705974>
- [49] A. Anders, (1990), “A formulary for plasma physics”. Akademie-Verlag, Berlin.
- [50] W. Lotz, (1970), “Electron-impact ionization cross-sections for atoms up to $Z = 108$ ”, *Zeitschrift für Physik A Hadrons and nuclei*, vol. 232, no. 2, pp. 101–107.
<https://doi.org/10.1007/BF01393132>
- [51] M. S. Benilov and L. G. Benilova, (2013), “Field to thermo-field to thermionic electron emission : A practical guide to evaluation and electron emission from arc cathodes”, *Journal of Applied Physics*, vol. 114, no. 6.
<https://doi.org/10.1063/1.4818325>
- [52] https://en.wikipedia.org/wiki/Implicit_curve. Consulté le 26 février 2025.