

JOURNAL INTERNATIONAL DE TECHNOLOGIE, DE L'INNOVATION,
DE LA PHYSIQUE, DE L'ENERGIE ET DE L'ENVIRONNEMENT

**Modélisation et simulation
de pâle artisanale d'hydrolienne
de type NACA 4412**

N. Randriatefison, O. Andrianarimanana, N. M. Murad,
E. J. R. Sambatra, V. Rakotondrainy, L. Rakotondrajaona,
A. Jaomiary, B. Agnus



ISSN : 2428-8500
DOI : 10.52497/jitipee.v7i1.301

Modélisation et simulation de pôle artisanale d'hydrolienne de type NACA 4412 laser

Nirilalaina Randriatefison⁽¹⁾, O. Andrianarimanana⁽¹⁾, Nour M. Murad⁽²⁾, Eric J. R. Sambatra⁽³⁾,
Vololonirina Rakotondrainy⁽³⁾, Luc Rakotondrajaona⁽⁴⁾, Antonio Jaomiary⁽⁵⁾, Benoit Agnus⁽⁶⁾

⁽¹⁾Sciences Expérimentales et Valorisation des Ressources Naturelles, Laboratoire des Sciences Expérimentales et Mathématiques, Ecole Normale Supérieure, Université d'Antananarivo, Madagascar

⁽²⁾PIMENT, Département Télécom et Réseau, IUT, Université de La Réunion, France

⁽³⁾Ecole du Génie Industriel, Institut Supérieur de Technologie d'Antsiranana (IST-D), BP 509, 201Antsiranana, Madagascar

⁽⁴⁾Institut Supérieur de Technologie d'Antananarivo (IST-T), Madagascar

⁽⁵⁾Ecole Normale Supérieure pour l'Enseignement Technique (ENSET), Université d'Antsiranana, BP 0, 201Antsiranana, Madagascar

⁽⁶⁾SCIENTEAMA, 27 rue des Glengarrians, 14610 Villons les buissons, France

randriatefison@yahoo.fr

Résumé - Dans ce travail, une étude préalable nécessaire à la réalisation de pôle d'hydrolienne de type NACA 4412 à moindre coût est introduite. La recherche du profil le plus approprié et la vérification d'écoulement au niveau des faces avec les différents angles des sollicitations sont étudiées et optimisées. La modélisation proposée dans cet article est basée sur les équations de Navier-Stokes résolues par la méthode des éléments finis pour montrer le flux d'eau autour des pôles. Le modèle NACA 4412 a été choisi en fonction des caractéristiques physiques considérées de la pôle. La présente étude montre le mouvement des fluides autour des pôles en particulier, sur le bord d'attaque, sur le bord de fuite ainsi que sur chaque face intrados et extrados. De plus, les écoulements de vitesse sont calculés pour différentes valeurs de l'angle d'attaque. En conséquence, les résultats obtenus montrent que l'angle d'attaque entre 10° et 20° est optimal avec le NACA 4412 en écoulement laminaire. Des discussions pour éventuelles applications sont ouvertes.

Mots clés Profil NACA 4412, pôle artisanale, hydrolienne, écoulement laminaire, angle d'attaque

DOI : 10.52497/jitipee.v7i1.301

Introduction

Compte tenu du contexte du changement climatique et de la très faible production énergétique, Madagascar utilise des sources d'énergie principalement fossiles qui sont onéreuses et polluantes. Actuellement, les sources d'énergie renouvelable restent peu exploitées alors qu'elles sont abondantes aussi bien en matière d'énergies solaire, éolienne qu'hydraulique [1, 2]. Aussi, plusieurs facteurs tels que la disparité desdites sources, l'éparpillement des villages (35 habitants/km²) mais aussi le pouvoir d'achat des Malagasy (moins de 450\$/habitant/an) font que le mix énergétique serait la meilleure solution pour propulser le taux d'accès à l'électricité estimé à moins de 16% seulement [2, 3].

Dans ce cadre, ce travail vise l'intégration effective des hydroliennes, en vue de leur contribution à la production d'énergie électrique. Cette production électrique est à la fois renouvelable, prévisible et respectueuse de la nature. De surcroît, des études antérieures avancent une amplitude de la marée entre 110 et 120 cm provoquant de forts courants marins sur la côte ouest de Madagascar [4, 5]. En effet, des sites identifiés sur cette zone comme les localités de Morondava, Mahajanga-Antsanitia et Antsiranana sont propices à l'implantation des hydroliennes.

Pour cela, dans une optique de mettre à disposition des acteurs de la filière énergie, une solution avec un rendement raisonnable mais surtout à moindre coût, la première étape du projet se focalise plus particulièrement sur le principal élément du dispositif qui est la turbine, constituée de plusieurs pâles. En effet, les hydroliennes utilisent la vitesse des courants marins issus des marées et de fleuves pour produire de l'électricité et lesdites pâles en sont les capteurs qui servent à convertir l'énergie cinétique du fluide en énergie mécanique de rotation. Ainsi, il est important d'étudier le mouvement des fluides autour des pâles en particulier sur le bord d'attaque, le bord de fuite ainsi que sur chaque face intrados et extrados pour s'assurer de leur performance. La majorité de la recherche sur l'énergie hydrolienne se focalise sur les grandeurs spécifiques des turbines à pâles de profil NACA (National Advisory Committee for Aeronautics) [6, 7]. Dans le cadre de ce travail, le profil NACA 4412 a été choisi dû au fait qu'il s'agit du modèle le plus utilisé dans ce domaine [8]. En effet, le NACA 4412 s'avère plus performant en profils aérodynamiques [9]. Pour modéliser l'aérodynamisme du NACA 4412, la méthode des éléments finis est adoptée, pour son coût et son temps de calcul faible suivant le niveau de maillage. Elle est flexible et facilite la mise en œuvre numérique [10]. La principale contribution du travail concerne l'étude et la modélisation des écoulements de vitesse par élément finis d'une pale d'hydrolienne de type NACA 4412 pour différentes valeurs de l'angle d'attaque tout en prêtant une attention particulière à une démarche à moindre coût.

Le présent article se décompose en six parties successives. La première décrit la pale constituant la preuve de concept du présent travail de recherche et ainsi que le matériel utilisé. La seconde explore l'approche analytique constituant les bases de modélisation de la pale de notre hydrolienne. La troisième décrit l'approche méthodologique du modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis. La quatrième partie est focalisée sur les expressions des éléments matriciels du solveur constituant le modèle numérique de la pale. La cinquième partie présente une discussion entre les résultats théoriques et simulés de la preuve de concept avec un outil commercial. La sixième partie introduit des prototypes de pâles et des perspectives de tests expérimentaux. Finalement, les points essentiels issus de ce travail de recherche sont relevés et résumés dans une section de conclusion.

1. Description du profil de pôle choisi

Avant d'entamer l'approche de simulation, il est nécessaire de décrire les principales caractéristiques géométriques de la pôle de l'hydrolienne utilisée dans cette étude.

1.1. Principe de fonctionnement d'une hydrolienne

Une hydrolienne est composée d'une roue à base de plusieurs pôles (ou hélices), appelée aussi turbine. Cette dernière est mise en mouvement grâce à la force du courant d'eau et fait tourner un arbre (à axe vertical ou horizontal) qui lui est solidaire. L'ensemble turbine/arbre actionne alors un alternateur, qui transforme l'énergie hydraulique mécanique en énergie électrique [11]. La figure 1 [12] montre un exemple de turbine qui fait l'objet du présent travail de recherche.



Figure 1 : Hydrolienne D10 développée et construite par la SAS SABELLA [12].

Il est ainsi de toute évidence que le rôle des pôles est prépondérant dans la performance de la conversion de l'énergie de ce dispositif. Comme ce qui a été susmentionné, le profil NACA a été adopté. Ainsi, pour une approche plus concrète, la sous-section suivante introduira une description géométrique de ce type de pôle.

1.2. Le profil NACA 4412 et ses caractéristiques

Le profil NACA comme celui illustré par la figure 2 est représenté par quatre chiffres, par exemple, 4412. Le premier chiffre "4" indique la cambrure maximale, qui est de 4%. Le deuxième chiffre "4" indique la position de la cambrure maximale, qui est de 40%. Le troisième nombre "12" indique l'épaisseur relative maximale, qui est de 12%.

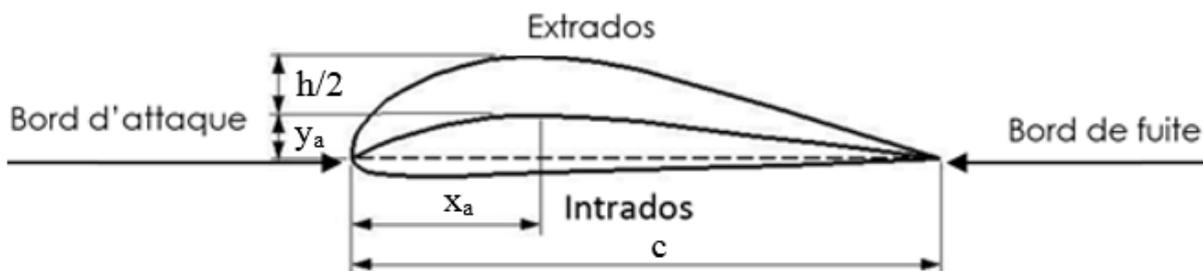


Figure 2 : Profil d'une pôle NACA 4412.

Les paramètres déterminants cette structure sont :

- x_a : position maximale de la ligne de cambrure moyenne (en m)
- y_a : hauteur maximale de la ligne de cambrure moyenne (en m)
- c : longueur de la corde du profil (en m)
- h : hauteur maximale entre la ligne médiane et l'extrados (en m)

Le choix du 4412 a été basé sur une étude comparative des différents profils des faces extrados et intrados. Le tableau 1 compare les caractéristiques physiques du NACA 44 par rapport aux autres types de pâle disponibles dans la littérature [13-15].

Références	Descriptions	Rôles	Avantages	Inconvénients
[13]	Profil convexe	Il est très utilisé en modélisme car : a) Facile à construire et donne de bons résultats b) Largement utilisé dans les conceptions d'avions	a) Section de profil aérodynamique adéquate b) Performances globales raisonnables c) Très forte portance dès les faibles incidences d) Une traînée moyenne	a) La surface inférieure plate n'est pas optimale d'un point de vue aérodynamique b) Rarement utilisé dans les conceptions modernes c) Centre de gravité de profil à tendance à se déplacer
[14]	Profil creux	Il très utilisé pour le vol en intérieur (indoor) car : a) Pas besoin d'une grande vitesse pour porter b) La traînée l'empêche d'aller trop vite, permettant ainsi de faire des virages très serrés	a) Profil très porteur, b) Profil générant une très forte traînée, due à sa cambrure	Très instable
[15]	Profil symétrique	Il est utilisé pour des nombreux avions d'acrobatie	Il se comporte de la même façon sur le dos et sur le ventre, ce qui est un avantage évident en acrobatie	Absence de cambrure du profil
La présente étude : NACA 44	Profil biconvexe dissymétrique	Il est utilisé principalement pour de la voltige, notamment pour ses capacités à être porteur à quasiment toutes les incidences	Ce profil est porteur même à des incidences négatives	Il est légèrement instable et son centre de gravité se déplace un peu

Tableau 1 : Caractéristiques physiques du NACA 44 comparées à celles d'autres profils [13-15].

1.3. Approche analytique de détermination des points des profilés

Le profil de pôle varie selon la longueur et les profils élémentaires dénommés profilés sont ainsi différents de l'axe (moyeu) au bout de la pôle. Les formules de l'équation (1) permettent de calculer les coordonnées des points des profils cambrés [16] à l'aide des paramètres de cambrures du tableau 2.

$$y_c = \begin{cases} \frac{m}{p^2} \left(2p \left(\frac{x}{c} \right) - \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right), & 0 \leq x \leq pc \\ \frac{m}{(1-p)^2} \left((1-2p) + 2p \left(\frac{x}{c} \right) - \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right), & pc \leq x \leq c \end{cases} \quad (1)$$

avec :

- y_c : ordonnée de la cambrure (en m)
- m : cambrure maximale (en m)
- p : position de la cambrure maximale (en m)
- x : position le long de la corde (en m)

La prochaine section décrit un exemple de profil et les phénomènes d'écoulement associés.

2. Modélisation analytique

Les équations analytiques de base exploitées pour la modélisation numérique dans cette étude sont exprimées dans la présente section.

2.1. Profil cambré et écoulements

Dans cette section, on s'intéresse au cas du profil cambré de type 44 suivant la formule de l'équation (1) [16]. Les formules permettant de calculer les coordonnées des points des profils cambrés sont définies comme suit [16]. Pour étudier les écoulements, les équations de Navier-Stokes instationnaires [17] sont résolues par la méthode des éléments finis [18]. L'équation de quantité de mouvement et l'équation de continuité sont exprimées par :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho(u \cdot \nabla)u = \nabla \cdot [-p + \mu(\nabla u + (\nabla u)^T)] + F \quad (2)$$

$$\rho \nabla \cdot (u) = 0 \quad (3)$$

avec:

- u : vecteur vitesse (en m/s)
- p : pression (en Pa)
- F : densité volumique des forces extérieures (en N/m³)
- μ : viscosité turbulente (en Pa.s)
- ρ : masse volumique de l'eau (en kg/m³)
- t : variable temps (en s)

2.2. Description analytique du NACA 4412

La figure 3 introduit le modèle de la pôle NACA 4412 étudiée. Le procédé de calcul de cette pôle a été mis au point à partir de l'approche de Galerkin [19]. C'est un procédé qui convertit un problème continu en un problème spatialement discret. Il est utilisé dans la résolution numérique d'équations linéaires ou non linéaires.

Soient u_h et p_h les solutions approchées des équations de Navier-Stokes données ci-dessous.

$$\begin{cases} u(x,t) \approx u_h(x,t) = \sum_{i=1}^n u_i(t)\psi_i(x) \\ p(x,t) \approx p_h(x,t) = \sum_{i=1}^m p_i(t)\phi_i(x) \end{cases} \quad (4)$$

où ψ_i et ϕ_i sont appelées les fonctions d'interpolation ou fonctions de Ritz, avec $i \in \mathbb{N}$.

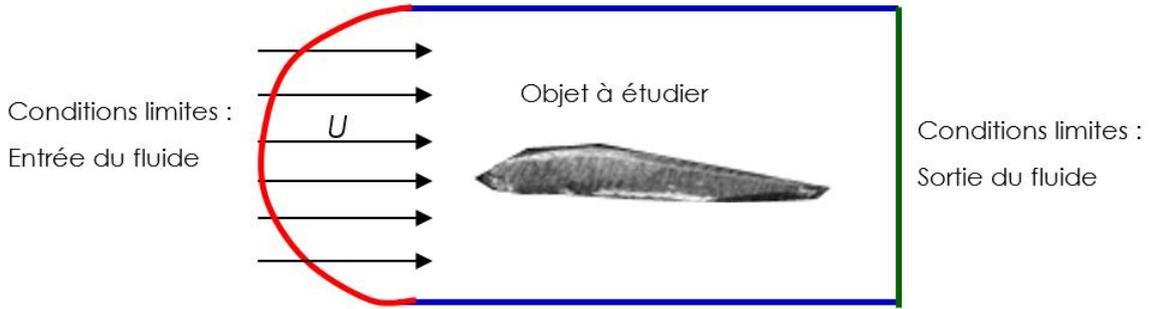


Figure 3 : Modèle de profil de pale à étudier.

Pour la pertinence du calcul, il est nécessaire d'imposer des conditions aux limites de Dirichlet et de Neumann. Les conditions de Dirichlet imposent la valeur du champ de vitesse : $u = u_D$ (la valeur de vitesse doit être égale à la vitesse du maillage et la structure solide, D : maillage) et celles de Neumann imposent les tractions :

$$\sigma \cdot n = \tau_N \quad (5)$$

avec :

- σ : tenseurs,
- n : la normale unitaire à la surface S dirigée vers l'extérieur du volume V ,
- τ_N : forces surfaciques sur la frontière.

3. Développement du mécanisme de modélisation numérique du NACA 4412

Le modèle numérique par éléments finis de notre hydrolienne NACA 4412 est développé dans la présente section.

3.1. Elaboration de la modélisation par éléments finis du NACA 4412

En considérant l'écoulement instationnaire d'un fluide Newtonien, visqueux et incompressible et dans un système de coordonnées cartésiennes de deux dimensions, les équations de Navier-Stokes peuvent s'exprimer sous la forme suivante [20-22] :

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial P}{\partial x} = F_{bx} \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial P}{\partial y} = F_{by} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

avec :

- u et v : composantes des vitesses,
- ρ : masse volumique du fluide,
- P : pression,
- μ : viscosité dynamique du fluide,
- F_{bx} et F_{by} : composantes des forces par unité de volume.

A partir de l'équation (4), une formulation par éléments finis inclut trois variables nodales de la façon suivante :

$$\begin{cases} u(x, y, t) \approx \sum_{i=1}^n u_i(t)\psi_i(x, y) = \sum_{i=1}^n u_i(t)N_i(x, y) \\ v(x, y, t) \approx \sum_{i=1}^n v_i(t)\psi_i(x, y) = \sum_{i=1}^n v_i(t)N_i(x, y) \\ p(x, y, t) \approx \sum_{i=1}^n p_i(t)\phi_i(x, y) = \sum_{i=1}^n p_i(t)N_i^p(x, y) \end{cases} \quad (7)$$

En appliquant la méthode de Galerkin au système (6), on trouve la forme intégrale suivante:

$$\begin{cases} \int_{A^e} N_i \left(\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial P}{\partial x} - F_{bx} \right) dA = 0 \\ \int_{A^e} N_i \left(\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial P}{\partial y} - F_{by} \right) dA = 0 \\ \int_{A^e} N_i^p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dA = 0 \end{cases} \quad (8)$$

avec i variant de 1 à n . On déduit via intégration par partie :

$$-\int_{A^e} \mu N_i \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dA = -\int_{A^e} \mu \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(N_i \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] dA + \int_{A^e} \mu \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right] dA = 0 \quad (9)$$

En appliquant le théorème de Green-Gauss, on obtient :

$$-\int_{A^e} \mu \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(N_i \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] dA = -\int_{S_e} \mu N_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} n_x + \frac{\partial u}{\partial y} n_y \right) dS \quad (10)$$

où S_e est la frontière de l'élément et (n_x, n_y) sont les composantes du vecteur normal à la frontière.

Par conséquent :

$$-\int_{A^e} \mu N_i \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dA = -\int_{S^e} \mu N_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} n_x + \frac{\partial u}{\partial y} n_y \right) dS + \int_{A^e} \mu \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right] dA \quad (11)$$

Le premier terme de la partie droite de l'équation (11) représente un effort aux frontières de l'élément dû à l'effet de cisaillement. Ce terme s'annule au niveau de l'interface entre les éléments et ne doit être considéré que sur les frontières globales du problème étudié.

3.2. Approche matricielle

Sous forme matricielle, l'équation (11) devient :

$$\int_{A^e} \mu \left[\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right] dA \{u\} = [K_{u\mu}] \{u\} \quad (12)$$

avec $[K_{u\mu}]$ représente une portion de matrice globale reliant la composante de vitesse suivant l'axe des abscisses et l'effet de la viscosité. De la même façon, on trouve pour la composante des vitesses suivant l'axe des ordonnées la relation suivante:

$$\int_{A^e} \mu \left[\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right] dA \{v\} = [K_{v\mu}] \{v\} \quad (13)$$

avec $[K_{v\mu}]$ représente une portion de matrice globale reliant la composante de vitesse et l'effet de la viscosité. Concernant le terme de gradient de pression suivant l'axe des abscisses, on trouve la forme matricielle suivante :

$$\int_{A^e} [N]^T \frac{\partial [N^p]}{\partial x} dA \{P\} = [K_{px}] \quad (14)$$

De façon similaire, on trouve suivant l'axe des ordonnées :

$$\int_{A^e} [N]^T \frac{\partial [N^p]}{\partial y} dA \{P\} = [K_{py}] \quad (15)$$

La contribution nodale des efforts de volume est donnée par :

$$\begin{cases} \{f_{bx}\} = \int_{A^e} [N]^T F_{bx} dA \\ \{f_{by}\} = \int_{A^e} [N]^T F_{by} dA \end{cases} \quad (16)$$

La contribution du terme de transport convectif à la forme discrétisée est définie par :

$$\begin{cases} \rho \int_{A^e} ([N]\{u\} \frac{\partial [N]}{\partial x} \{u\} + [N]\{v\} \frac{\partial [N]}{\partial y} \{u\}) dA \\ \rho \int_{A^e} ([N]\{u\} \frac{\partial [N]}{\partial x} \{v\} + [N]\{v\} \frac{\partial [N]}{\partial y} \{v\}) dA \end{cases} \quad (17)$$

En raison du caractère non linéaire de la contribution des termes convectifs dans la forme vibrationnelle, une procédure de linéarisation est nécessaire. On définit \bar{u} et \bar{v} les composantes des vitesses à l'itération non linéaire.

Ce qui conduit au système :

$$\begin{cases} \rho \int_{A^e} ([N]\{\bar{u}\} \frac{\partial [N]}{\partial x} + [N]\{\bar{v}\} \frac{\partial [N]}{\partial y}) dA \{u\} = [K_{uu}] \{u\} \\ \rho \int_{A^e} ([N]\{\bar{u}\} \frac{\partial [N]}{\partial x} + [N]\{\bar{v}\} \frac{\partial [N]}{\partial y}) dA \{v\} = [K_{vv}] \{v\} \end{cases} \quad (18)$$

Finalement, l'équation de continuité discrétisée est exprimée sous forme matricielle :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \int_{A^e} [N]^T [N] dA \{\dot{u}\} + \int_{A^e} [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial x} dA \{P\} \\ + \rho \int_{A^e} ([N]\{\bar{u}\} \frac{\partial [N]}{\partial x} + [N]\{\bar{v}\} \frac{\partial [N]}{\partial y}) dA \{u\} \\ + \int_{A^e} \mu \left[\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right] dA \{u\} \end{array} \right\} = \int_{A^e} [N]^T F_{bx} dA \quad (19)$$

On définit les différents termes :

$$M\dot{U} = \rho \int_{A^e} [N]^T [N] dA \{\dot{u}\} \quad (20)$$

$$SU = \int_{A^e} \mu \left[\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right] dA \{u\} \quad (21)$$

$$N(U) = \rho \int_{A^e} ([N]\{\bar{u}\} \frac{\partial [N]}{\partial x} + [N]\{\bar{v}\} \frac{\partial [N]}{\partial y}) dA \{u\} \quad (22)$$

$$B^T P = \int_{A^e} [N]^T \frac{\partial [N]}{\partial x} dA \{P\} \quad (23)$$

$$F = \int_{A^e} [N]^T F_{bx} dA \quad (24)$$

3.3. Expression générale compacte du modèle matriciel

Sous forme matricielle, le système s'écrit alors,

$$\begin{cases} M\dot{U} + SU + N(U) - B^T P = F \\ BU = 0 \end{cases} \quad (25)$$

avec :

- M est la Matrice de la masse,
- U est le vecteur solution des vitesses $(u_i)_1^n$,
- P est le vecteur solution de la pression $(p_i)_1^m$,
- SU est la discrétisation des termes visqueux,
- $N(U)$ est la discrétisation des termes non-linéaires convectifs,
- $B^T P$ est la discrétisation du gradient de P ,
- Et BU est la discrétisation de la divergence de u et F représente toutes les sources aux conditions aux limites [19-24].

4. Calcul des matrices élémentaires constituant le modèle numérique [18, 25-29]

Le calcul particulier permettant d'exprimer les éléments matriciels du modèle élaboré dans cette étude est donné dans cette section.

4.1. Représentation de la référence de transformation géométrique

Pour cette étape, il faut un repère adapté à la géométrie du type de pôle considéré pour optimiser le maillage de chaque élément géométrique. On peut procéder à une transformation d'un repère cartésien classique (Oxy) en un repère curviligne. A chaque élément réel, il faut associer un élément de référence comme indiqué par la figure 4.

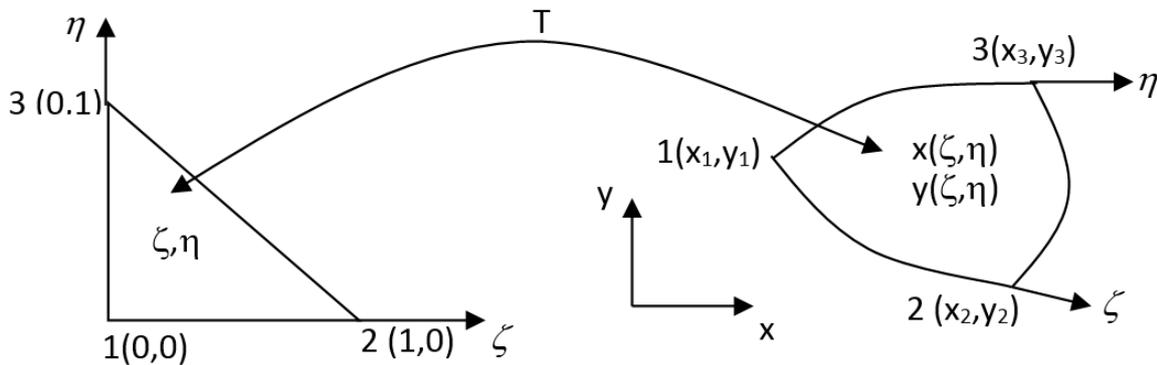


Figure 4 : Transformation géométrique.

Cette transformation géométrique est nécessaire pour la mise en équation de notre pôle en tenant compte de sa forme géométrique non triviale. Les expressions analytiques de chaque élément sont définies dans les paragraphes suivants.

4.2. Définition de l'élément isoparamétrique

Les éléments de référence à l'élément réel sont :

$$\begin{cases} x(\zeta, \eta) = \sum_{i=1}^n N_i(\zeta, \eta) x_i \\ y(\zeta, \eta) = \sum_{i=1}^n N_i(\zeta, \eta) y_i \end{cases} \quad (26)$$

avec

- n est le nombre de nœuds de l'élément,
- ζ et η sont les coordonnées d'un point de l'élément de référence,
- $x(\zeta, \eta)$ et $y(\zeta, \eta)$ sont les coordonnées d'un point de l'élément de réel,
- x_i et y_i sont les coordonnées du i^{e} nœud de l'élément,
- $N(\zeta, \eta)$ sont les fonctions d'interpolation ou fonction de forme

Les fonctions d'interpolation s'écrivent :

$$\begin{cases} N_1(\zeta, \eta) = 1 - \zeta - \eta \\ N_2(\zeta, \eta) = \zeta \\ N_3(\zeta, \eta) = \eta \end{cases} \quad (27)$$

Le matrice jacobienne $[J(\zeta, \eta)]$ de la transformation est :

$$[J(\zeta, \eta)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \quad (28)$$

4.3. Rappel de loi mécanique de base de déformation

Pour des fluides newtoniens, dans le domaine élastique linéaire, la loi de Hooke relie la déformation à la contrainte exercée par l'intermédiaire du module de Young. Pour un état de contrainte, cette loi de comportement est généralisée sous forme matricielle de la manière suivante:

$$\sigma = D\varepsilon \quad (29)$$

- σ : le tenseur des contraintes (en MPa)

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (30)$$

- D : désigne la matrice d'élasticité

$$[D] = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (31)$$

- E : Module de Young (Pa)
- ν : Coefficient de Poisson
- ε : le tenseur des déformations

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (32)$$

L'expression du champ de déplacements dans le domaine :

$$u(x, v; t) = [N(x, y)]\{U(t)\} \quad (33)$$

avec :

$$[N(x, y)] = \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & N_{3,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & 0 & N_{3,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & N_{3,y} & N_{3,x} \end{bmatrix} \quad (34)$$

alors :

$$\dot{u} = [N]\dot{U} \quad (35)$$

et on a :

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\} \quad (36)$$

[B] : la matrice d'opérateurs différentiels appliquées aux fonctions d'interpolations [N]

avec $[B] = [B_1 \ B_i \ B_n]$ défini par :

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (38)$$

4.4. Eléments des matrices

La matrice de la masse est donnée par :

$$\begin{cases} M = \rho \int_{A^{ref}} [N]^T [N] \det J dV \\ \Rightarrow M = \rho \int_{A^{ref}} [N(\zeta, \eta)]^T [N(\zeta, \eta)] \det [J(\zeta, \eta)] d\zeta d\eta \\ \Rightarrow M \approx \rho \sum_{i=1}^{npi} [N(\zeta_i, \eta_i)]^T [N(\zeta_i, \eta_i)] \det [J(\zeta, \eta)] \omega_i \end{cases} \quad (39)$$

La matrice des termes visqueux est définie par :

$$\begin{cases} SU = \mu \int_{A^{ref}} [B]^T [D][B] \det J dA \\ \Rightarrow SU = \mu \int_{A^{ref}} [B(\zeta, \eta)]^T [D][B(\zeta, \eta)] \det [J(\zeta, \eta)] d\zeta d\eta \end{cases} \quad (40)$$

et :

$$K \approx \mu \sum_{i=1}^{npi} [B(\zeta_i, \eta_i)]^T [D][B(\zeta_i, \eta_i)] \det [J(\zeta_i, \eta_i)] \omega_i \quad (41)$$

La force volumique est exprimée par :

$$F = \int_{A^{ref}} [N]^T F_{bx} \det J dV \quad (42)$$

Cette force peut être approximée par :

$$F \approx \sum_{i=1}^{npi} [N(\zeta_i, \eta_i)]^T \begin{Bmatrix} f_{bx} \\ f_{by} \end{Bmatrix} \det [J(\zeta_i, \eta_i)] \omega_i \quad (43)$$

Le gradient de P est donné par :

$$\begin{cases} B^T P = \int_{A^{ref}} [N]^T [B]^T \{P\} \det J dV \\ \Rightarrow B^T P = \int_{A^{ref}} [N(\zeta, \eta)]^T [B(\zeta, \eta)]^T \{P\} \det J(\zeta, \eta) d\zeta d\eta \\ \Rightarrow B^T P \approx \sum_{i=1}^{npi} [N(\zeta_i, \eta_i)]^T [B(\zeta_i, \eta_i)]^T \{P\} \det J(\zeta_i, \eta_i) \omega_i \end{cases} \quad (44)$$

Les termes non-linéaires convectifs sont donnés par :

$$\begin{cases} N(U) = \rho \int_{A^{ref}} ([N]\bar{u}[B]_x^T + [N]\bar{v}[B]_y^T) \det J dV \\ \Rightarrow N(U) = \rho \int_{A^{ref}} \begin{Bmatrix} [N(\zeta, \mu)]\bar{u}[B(\zeta, \mu)]_x^T + \\ [N(\zeta, \mu)]\bar{v}[B(\zeta, \mu)]_y^T \end{Bmatrix} \det J(\zeta, \eta) d\zeta d\eta \\ \Rightarrow N(U) \approx \sum_{i=1}^{npi} \begin{Bmatrix} [N(\zeta_i, \eta_i)]\bar{u}[B(\zeta_i, \eta_i)]_x^T + \\ [N(\zeta_i, \eta_i)]\bar{v}[B(\zeta_i, \eta_i)]_y^T \end{Bmatrix} \det J(\zeta_i, \eta_i) \omega_i \end{cases} \quad (45)$$

avec :

- npi est le nombre de points d'intégration,
- ζ_i et η_i sont les coordonnées du i^e point d'intégration,
- ω_i est le poids du i^e point d'intégration.

5. Analyse des résultats de simulation du NACA 4412

Après avoir modélisé la pôle par la méthode des éléments finis selon la définition du profil NACA 4412, des simulations ont été effectuées. La présente section est consacrée à la discussion sur les résultats obtenus.

5.1. Description de la structure simulée

La force de portance F correspond à la variation de quantité de mouvement du fluide. Ladite portance met ainsi en exergue, la capacité du dispositif à faire changer le fluide de direction. Aussi, il y a une séparation de l'écoulement sur toute l'hélice et l'écoulement ne suit pas le contour du corps aérodynamique, ce qui signifie que l'angle d'attaque dépasse l'angle de décrochage sur les pâles [30, 31]. L'objectif est d'observer l'écoulement du fluide comme l'illustre la figure 5 avec un cas de décrochage et de trouver l'angle de décrochage. La portance crée au niveau de la partie constituant l'extrémité d'une hélice des tourbillons marginaux. Ce phénomène vient de la différence de pression entre l'intrados et l'extrados. Cette turbulence de sillage consomme de l'énergie, ce qui se traduit par une force de résistance par l'avancement induite par la portance.

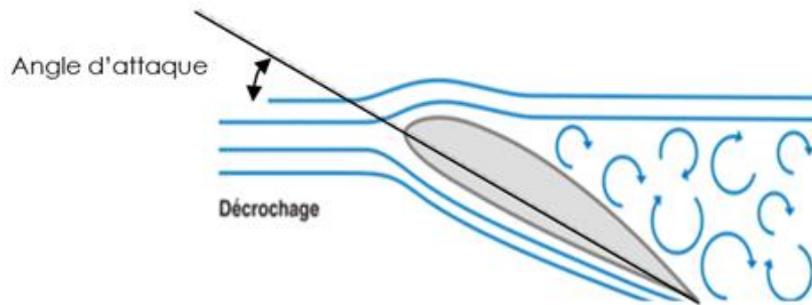


Figure 5 : Profil de la pale en décrochage

5.2. Paramètres du calculateur

Pour simuler la structure de la figure 3, l'outil commercial Comsol® a été adopté. La simulation était effectuée en excitant la structure par C-mesh [18, 32] sous un maillage triangulaire avec 987 éléments, comme le montre la figure 5. Le calcul présenté dans cet article a été réalisé en employant un PC équipé d'un système d'exploitation Windows 10, d'un processeur Intel®Core (TM) i5-3360M CPU-2,8GHz et de mémoire RAM8Go. Pour obtenir les résultats qui seront discutés dans la prochaine sous-section, la simulation a duré 25 s.

La préparation de la géométrie a consisté essentiellement à importer des points dans le but de tracer le profil de NACA 4412 suivant l'équation (1). Un maillage de bonne qualité est essentiel lors de la procédure de calcul pour que les résultats soient acceptables et utilisables. Alors un maillage de type « C-mesh » est créé en divisant le volume de contrôle en 3 parties, soit 2 quarts de cercle et 1 rectangle selon la figure 6 [33].

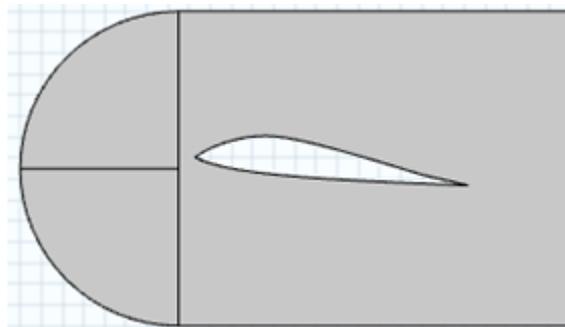


Figure 6 : Géométrie au maillage C-mesh

Une fois complet, le volume à l'allure générale d'un « C » ou un demi-cercle indiqué par la figure 7.

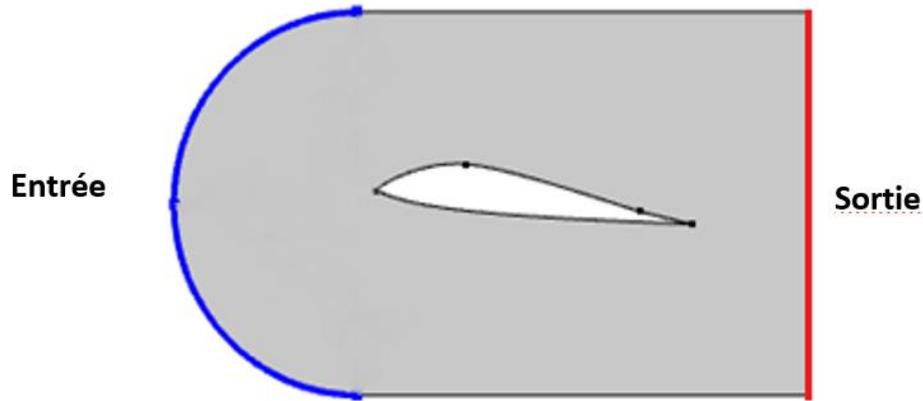


Figure 7 : Condition aux limites : entrée et sortie

La condition aux limites des maillages du profil de la pôle représentée par un mur est illustrée par a figure 8.

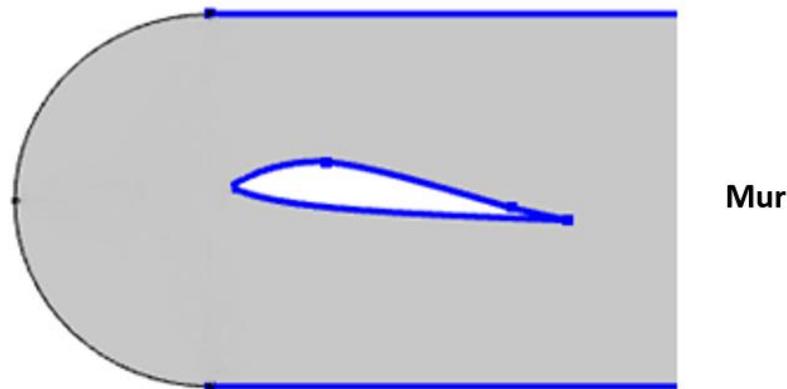


Figure 8 : Condition aux limites du profil qui n'est pas applicable : mur

La figure 9 montre les structures de maillages de la structure à base d'une conception sous Comsol®.

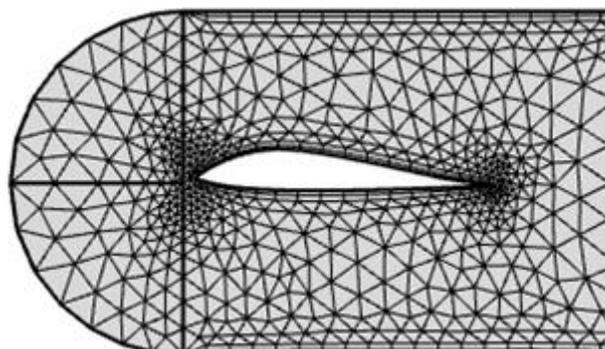


Figure 9 : Maillage du modèle d'une structure conçue sous Comsol®.

Une fois la géométrie importée, tous les paramètres, types et propriété de matériau et ainsi que les équations sont définis. Le volume de contrôle créé, un maillage fut réalisé afin d'analyser l'écoulement autour du profil. Le tableau 2 récapitule les valeurs des paramètres considérés lors de l'implémentation numérique.

Paramètres	Valeurs	Unités
Matériau	Aluminium	-
ρ	1025	kg/m ³
μ	1,07	mPa.s
x_a	1	(cm)
y_a	0,35	(cm)
Taille	21	(cm)
c	3	(cm)
Poids	107,4	(g)
Densité	2,7	(g/cm ³)

Tableau 2 : Paramètres de simulation sur Comsol® du profil NACA 4412

5.3. Commentaires des résultats de simulation

Les figures 10(a) à 10(f) présentent les variations du champ de vitesses en m/s obtenues à partir de la simulation numérique en fonction de plusieurs angles d'attaques. Le modèle a été implémenté sur Comsol® en vue du calcul par éléments finis. Il est clair qu'il existe une zone de dépression sur l'extrados du profil pour tous les angles d'incidences avec une nette augmentation de la pression au voisinage du bord d'attaque quand l'angle d'incidence augmente. On montre que la pression est plus élevée sur le bord d'attaque de l'aile et qu'elle diminue le long de la surface d'appui pour les deux courbes extrados et intrados. De plus, l'écoulement passe autour du profil de la pôle d'une façon symétrique pour les angles de 0° à 10°. En revanche, pour les angles de 10° à 30°, les lignes des courants sur les deux surfaces apparaissent avec leurs formes caractéristiques. Cela est dû à la différence de vitesse de la trajectoire de l'écoulement sur l'intrados et l'extrados. Ainsi, lorsqu'on augmente l'angle d'attaque, la vitesse des lignes des courants diminue à la surface d'intrados et augmente sur l'extrados. Par ailleurs, on constate qu'il y a une zone de recirculation lorsque l'angle est à 15°.

Pour l'angle d'attaque égale à 0° (Figure 10(a)), la pression au voisinage du bord d'attaque est faible. Ainsi, lorsque la pôle est placée sous une faible valeur d'angle d'incidence, les courbes d'écoulement réel sont pratiquement confondues avec celles de l'écoulement autour de l'extrados et de l'intrados. Et donc, la vitesse de déplacement de la turbine est plus faible dans ce cas. D'après les figures 10(b), 9(c) et 9(d), l'écoulement de l'eau autour de la pôle engendre une force de portance, verticale et dirigée vers le haut. Cette force compense le poids de la turbine et permet à ce dernier de tourner. Cette force est engendrée par la différence de pression qui s'établit entre les deux parois de l'aile. C'est la finesse des deux faces du profil aérodynamiques du type NACA 4412 qui donne ce résultat pour des valeurs d'angle inférieur à 30°. Au-dessus de 30°, l'angle d'attaque est important et devient l'angle de décrochage. Ainsi, les performances aérodynamiques du profil du fluide sont nettement dégradées, car le fluide ne parvient plus à prendre les trajectoires imposées par le profil extrados.

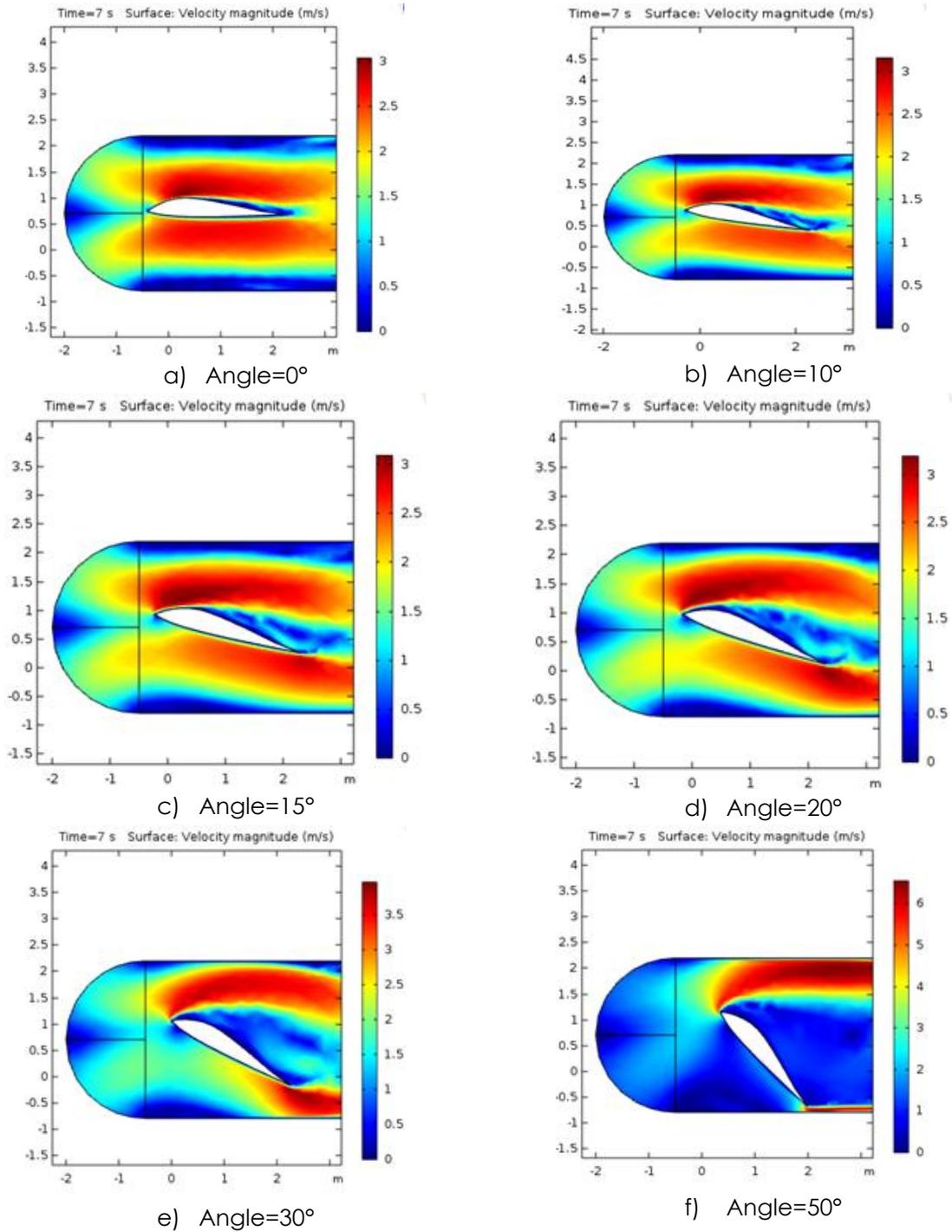


Figure 10: Variations du champ des vitesses (unité m/s) en fonction de différents angles d'attaque.

Comme le profil de la trajectoire du fluide n'est plus suivant la surface extrados, il y a moins d'accélération du fluide du côté extrados, par conséquent, la viscosité de l'eau entraîne le décollement de la couche limite côté extrados. Ainsi, la portance chute brusquement et donc la performance de la turbine est considérablement altérée (figure 10(f)). Cette étude montre la limite de l'angle d'attaque et qu'il est utile d'optimiser la conception de la pale en caractérisant correctement sa dimension, l'angle d'attaque maximum, et le fluide en turbulence.

6. Fabrication et perspective de test expérimental

Pour fabriquer la matrice de la pôle NACA 4412, le moule et le gabarit sont conçus à partir de deux tôles TPN (Tôle Plane Noir) 10/10 dressées pour l'aérodynamisme suivant la figure 11 (a). Puis, l'assemblage des tôles a été opéré par soudure en pointu par brasure afin d'éviter la déformation (figure 11 (b)). Enfin, l'aluminium fondu est coulé suivant le moule fabriqué manuellement par un artisan spécialisé dans la fonderie et la fabrication de marmites artisanales à Ambatolampy à 70 km au Sud d'Antananarivo. Le moule ainsi construit offre une répétabilité de la fabrication. Le choix du matériau s'est porté sur de l'aluminium qui est un métal de densité faible, malléable et faiblement corrosive à l'eau de mer. En termes de produit fini, le profil expérimental est illustré par la figure 12. Le tableau 3 dresse toutes les dimensions de la pôle et plus particulièrement sa taille, son poids ainsi que sa densité. L'étude expérimentale de ces prototypes sont planifiés en perspective de ce travail.

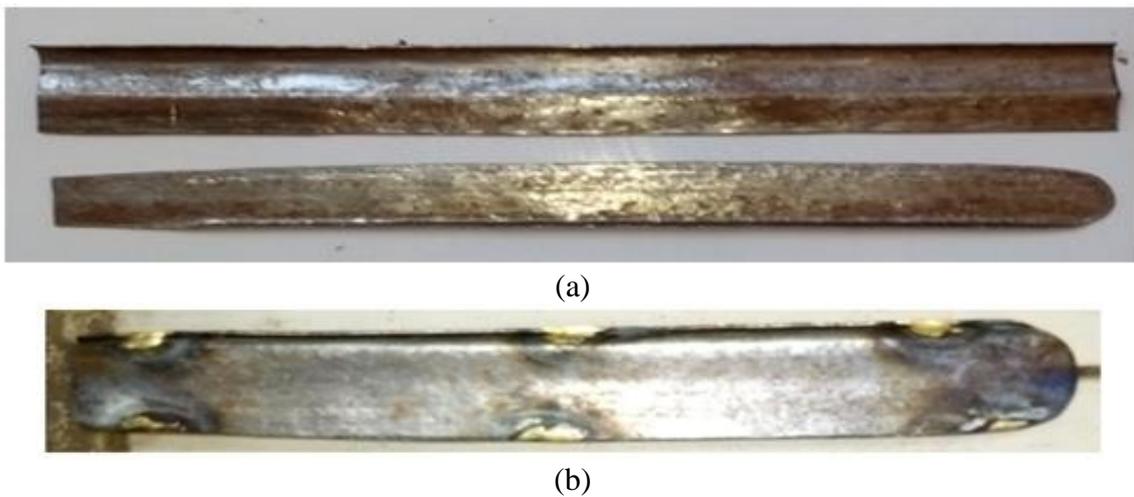


Figure 11 : Profil de la pôle fabriquer artisanalement :
 (a) parties du moule avant soudure ; (b) le moule soudé en pointu par brasure.



Figure 12 : (a) Vue de profil et (b) Vue de coté de la pôle réalisée en Aluminium.

Matériau constituant	x_a (cm)	y_a (cm)	Taille (cm)	c (cm)	Poids (g)	Densité (g/cm ³)
Aluminium	1	0,35	21	3	107,4	2,7

Tableau 3 : Paramètres de la pôle réalisée.

Conclusion

L'étude portant sur la modélisation et la réalisation d'une pâle d'une hydrolienne destinée à fournir une fluidité bien déterminée constitue une recherche appliquée multiphysique et doit prendre en compte la variation de l'angle d'attaque et de nombreux paramètres liés à l'aérodynamique. Le profil NACA, qui est le plus utilisé, a été choisi, pour obtenir la performance et la finesse des écoulements souhaitées. Ainsi, par le biais de la méthode des éléments finis combinée à une première démarche d'expérimentation, ce travail a permis de modéliser le profil NACA 4412 de la pâle en aluminium de la turbine d'une hydrolienne. A travers ce modèle, les résultats de l'influence de la vitesse de l'écoulement et de l'angle d'attaque ont été présentés. A partir de ces résultats, les déductions suivantes peuvent être notées :

- L'angle d'attaque entre 0° - 10° n'a pas d'effet sur le mouvement de la pâle.
- L'angle d'attaque entre 10° - 20° est compatible en écoulement laminaire avec le NACA 4412.
- L'angle d'attaque supérieur à 30° montre un décrochage qui va diminuer brusquement la vitesse de la turbine.

Cette étude doit être poursuivie suivant deux axes principaux. Le premier concerne la couche limite laminaire et le phénomène de turbulence ainsi que l'influence d'autres paramètres comme l'épaisseur du profil. Le second est lié aux mesures expérimentales qui sont en cours de planification incluant de nombreux défis tels que le volet technico-économique, l'engagement dans le développement durable et d'énergie renouvelable. Aussi, il est à noter que la démarche entreprise est menée dans un esprit de recherche de solution à moindre coût par l'usage de matériaux locaux, d'une fabrication artisanale et de développement durable.

Remerciements

Les auteurs remercient le Professeur Blaise RAVELO de l'Université NUIST de Nanjing, Chine, pour son soutien scientifique et ses conseils précieux durant la réalisation de ce travail de recherche.

Références

- [1] J. P. Praene, M. H. Radanielina, V. R. Rakotosona, A. L. Andriamamonjy, F. Sinama, D. Morau, H. T. Rakotondramiarana, (2017), « Electricity generation from renewables in Madagascar: Opportunities and projections », *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 76, p. 1066-1079
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.03.125>
- [2] J. P. Praene, R. M. Rasamoelina, L. Ayagapin, (2021), « Past and prospective electricity scenarios in Madagascar: The role of government energy policies », *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier, Vol. 149(C), p 111321
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.111321>
- [3] F. D. Longa, B. der Zwaan, (2021), « Heart of light: an assessment of enhanced electricity access in Africa », *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 136, p 110399
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2020.110399>
- [4] C. Razouls, F. de Bovée, J. Kouwenberg, N. Desreumaux, (2005-2017), « Diversity and geographic distribution of marine planktonic copepods », CNRS, UPMC
https://www.researchgate.net/profile/Juliana-Kouwenberg/publication/280253810_Diversity_and_Geographic_Distribution_of_Marine_Planktonic_Copepods_sensu_lato/link/s/55af92c808ae32092e0545af/Diversity-and-Geographic-Distribution-of-Marine-Planktonic-Copepods-sensu-lato.pdf
- [5] D. Guyomard, M. Petit, M. Desruisseaux, J.-M. Stretta, L. Gardel, (January 2006), « Hydroclimat du Sud-Ouest de l'océan Indien et océanographie spatiale »
https://www.researchgate.net/profile/David-Guyomard/publication/282171948_Hydroclimat_du_sud-ouest_de_l'ocean_Indien_et_oceanographie_spatiale/links/56152eb908ae983c1b41ebdc/Hydroclimat-du-sud-ouest-de-locean-Indien-et-oceanographie-spatiale.pdf
- [6] S. Michel, (17/03/14), « Profils Naca », Notice Technique N° : 059
- [7] M. Nadjah, M. Khechana, L. Laiche, T. Ouksel, C. Mahfoudi, (2008), « Etude de l'hélice d'une éolienne de 5 kW », *Revue des Energies Renouvelables CISM'08 Oum El Bouaghi*, p 257-264
https://www.cder.dz/download/CISM08_23.pdf
- [8] G. Le Gourrières, (2008), « Energie éolienne, théorie, conception et calcul pratique des installations », éditions EYROLLES.
- [9] H. Tebbiche, N. Gaouir, M. S. Boutoudj, (2015), « Amélioration des performances aérodynamiques du profil NACA 4412 par des générateurs de tourbillons », 12^{ème} Congrès de Mécanique 21-24 Avril 2015 Casablanca (Maroc).
<http://smsm.fsac.ac.ma/congres/12congres/VII/t7/0724.pdf>
- [10] Y. EL Khchine, M. Sriti, M. Ouariagli, (2015), « Simulation des performances aérodynamiques d'une éolienne a axe horizontal », 22^{ème} Congrès Français de Mécanique, Lyon, (France).
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03446205/document>
- [11] J.F. Daviau, H. Majastre, HydroHelix Energies, F. Guena, (2004), « Divers aspects de l'exploitation de l'énergie des courants marins », Sofresid Engineering, J. Ruer, Saipem SA
<https://fr.scribd.com/document/67081162/DIVERS-ASPECTS-DE-L-EXPLOITATION-DE-L-ENERGIE-DES-COURANTS-MARINS>
- [12] Forma TIS (25 Avril 2015). Sabella D10
<https://blog.formatis.pro/sabella-d10/>
- [13] Profil d'aile Clark Y,
https://stringfixer.com/fr/Clark_Y

- [14] P. Kauffmann, (2013), Aérodynamique des aéromodèles, Aéromodélisme RC Techniques et conception
<http://techniquemodelisme.free.fr/Modelisme/aerodynamique.htm>
- [15] R. Isaia, (2014), « Conception d'une petite turbine hélice », Génie Industriel, Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo
http://biblio.univ-antananarivo.mg/pdfs/rakotondrafaraIsaia_ESPA_ING_14.pdf
- [16] A. Georgescu, S. Georgescu, S. Bernad, C. Coşoiu (2007), « Comsol multiphysics versus fluent: 2d numerical simulation of the stationary flow around a blade of the achard turbine », Bucharest, Romania
https://www.researchgate.net/publication/236173533_COMSOL_Multiphysics_versus_Fluent_2D_numerical_simulation_of_the_stationary_flow_around_a_blade_of_the_Achard_turbine
- [17] Christophe Ancey, (2020), « Mécanique des fluides », Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, EPFL, ENAC/IIC/LHE, p 142-143
<http://fr.ancey.ch/mecanique>
- [18] Aymen Jendoubi, (2016), « Méthodes d'éléments finis pour les interactions fluide-structure », Philosophiæ doctor (Ph.D.), Université Laval, Québec, Canada
<https://corpus.ulaval.ca/jspui/handle/20.500.11794/26832>
- [19] Raux, (2017), « Etude de conditions limites de sortie pour la méthode des éléments finis, Département de génie mécanique », Ecole Polytechnique de Montréal
<https://publications.polymtl.ca/2575>
- [20] Manish K. Singh, K. Dhanalakshmi and S. K. Chakrabartty, (2012), « Navier-Stokes Analysis of Air foils with Gurney Flap », Computational and Theoretical Fluid Dynamics Division National Aerospace Laboratories,
DOI: <https://doi.org/10.2514/1.27285>
- [21] P. B. 1779, Bangalore 560 017, India
https://www.airframer.com/direct_detail.html?company=151237
- [22] A. Harhad, O. Guerri, K. Ameer et L. Labraga, (1999), « Evaluation du flux des Distributions de Pression Autour des Profils d'Aubes: Etude Comparative », Revue des Energies Renouvelables, Vol. 2, N. 1, p 1-15
<https://www.asjp.cerist.dz/en/article/117982>
- [23] H. Zerrouki, D. Boutchicha (2017), « Étude de la stabilité aéroélastique de profil d'aile de type NACA 4412 a l'échelle réduite », 23^{ème} Congrès Français de Mécanique
- [24] S. Elouardi, R. El Maani, B. Radi (2019), « Maillage dynamique pour écoulement transitoire autour d'un profil NACA 0012 », ISTE OpenScience, London, UK
DOI: <https://doi.org/10.21494/ISTE.OP.2019.0434>
- [25] C. Guergah, A. Belouar, M. Guenfoud, (2012), « Contribution à l'implémentation de lois de comportement sous Plaxis. Cas des matériaux visqueux », Revue Nature & Technologie, N° 07, p. 12 à 25
<https://www.asjp.cerist.dz/en/article/41681>
- [26] M. Récan, (1986), « Application de la méthode des éléments finis à la simulation des transferts des eaux souterraines », Service Géologique National, Orléans
<http://infoterre.brgm.fr/rapports/86-SGN-194-EAU.pdf>
- [27] Belakroum R., (2011), « Contribution à la modélisation des interactions fluides-structures », Université Mentouri-Constantine, Département de Génie Mécanique, Algérie
<https://www.archives-ouvertes.fr/tel-01528000v1>
- [28] Y. Debard, (2011), « Méthode des éléments finis : élasticité plane », Université du Mans
<https://exercicescorriges.org/download01.php?id=112176>

- [29] F. Zara, (2017), « Un peu de Mécanique des Milieux Continus », Faculté des Sciences et Technologies Département d'Informatique, Université Lyon 1
<https://hal.archives-ouvertes.fr/cel-01520209/document>
- [30] Hochart C., (2007), « Simulation numérique et expérimentale de l'écoulement d'air et de l'accrétion de glace autour d'une pâle d'éolienne », Université du Québec à Chicoutimi.
<https://constellation.uqac.ca/435/>
- [31] M. Dubosc, (2006), « Modélisation hors adaptation des performances individuelles d'un doublet d'hélices contrarotatives », UFR des sciences fondamentales et appliquées, Université de Poitiers.
<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01347214/>
- [32] J.F. Kouakou, D. La Roche-Carrier, (2011), « Pâles pour éolienne 25 kW », Module des Sciences Appliquées, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue.
<https://doczz.fr/doc/2522739/module-des-sciences-appliqu%C3%A9es>
- [33] Flow Around an Inclined NACA 0012 Airfoil, Created in COMSOL Multiphysics 5.6
<https://www.comsol.fr/model/flow-around-an-inclined-naca-0012-airfoil-14629>